جامعـــة الـــوادي

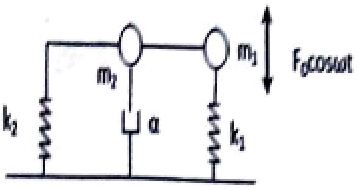
قسم الكيمياء
08 جانفي 2018

المدة: 1h30

كلية العلوم الدقيقة
سنة 2 كيمياء

امتحان السداسي في مقياس الاهتزازات و الأمواج والضوء

التمرين الأول: (8.5 نقطة)



نعتبر النظام الميكانيكي المكون من كتلة m_1 ازاحتها x_1 وكتلة m_2 ازاحتها x_2، ونابضين k_1 و k_2 ومخمد ذو معامل تخامد α، تؤثر عليه قوة خارجية توافقية قيمتها $F(t) = F_0coswt$ (أنظر الشكل المقابل) .

1- أوجد الطاقة الحركية T للنظام.

2- أوجد الطاقة الكامنة U للنظام.

3- أوجد دالة لاغرانج L ثم المعادلات التفاضلية للحركة.

4- نهمل القوة الخارجية ومعامل التخامد ، ومن أجل $m_1 = m_2 = m$ و $k_1 = k_2 = k$ فـ:

أ- اوجد التوترات الزاوية للحركة.

التمرين الثاني: (6.5 نقطة)

موجة جيبية منتشرة على حبل مشدود متحركة نحو اليمين في اتجاه المحور ox ، طول موجتها $\lambda = 40cm$ و ترددها $f = 8Hz$، في اللحظة $t = 0$ و الموضع $x = 0$ تعطي انتقال $y(0,0) = 15cm$ ، وسرعة $\dot{y}(0,0) = 1000cm/s$.

1- أحسب الدور وسرعة انتشار هذه الموجة.

2- أعط الشكل الرياضي لمعادلة الموجة ثم أوجد سعة الموجة وطورها.

3- أوجد السرعة الأعظمية للحبل .

التمرين الثالث: (5 نقاط)

موشور زجاجي ABC متساوي الأضلاع زاوية رأسه A يرد على وجهه AB شعاع ضوئي بزاوية ورود $i = 45°$.

1- هل يمكن ان يبرز الشعاع الضوئي من الوجه AC ؟ علل اجابتك.

2- أحسب زاوية البروز i'، ثم استنتج زاوية الانحراف D.

انتهى و بالتوفيق

التصحيح النموذجي لـ: امتحان السداسي في مقياس الاهتزازات و الأمواج والضوء

التمرين الأول: 8,5 نقطة

1.1/ الطاقة الحركية :

$$T = T_1 + T_2 = \frac{1}{2} m_1 \dot{x}_1^2 + \frac{1}{2} m_2 \dot{x}_2^2$$ 0,25 0,25

1/2 الطاقة الكامنة :

$$U = U_1 + U_2$$ 0,25

$$U_1 = \frac{1}{2} K_1 x_1^2 \quad , \quad U_2 = \frac{1}{2} K_2 [x_2 - (x_1 - x_2)]^2 = \frac{1}{2} K_2 [2x_2 - x_1]^2$$

$$U = \frac{1}{2} K_1 x_1^2 + \frac{1}{2} K_2 (2x_2 - x_1)^2$$ 0,5

1/3 ايجاد دالة لاغرانج :

$$L = T - U$$ 0,25

$$= \frac{1}{2} m_1 \dot{x}_1^2 + \frac{1}{2} m_2 \dot{x}_2^2 - \frac{1}{2} K_1 x_1^2 - \frac{1}{2} K_2 (2x_2 - x_1)^2$$ 0,5

• معادلات لاغرانج :

D هي دالة التبدد : 0,25 $D = \frac{1}{2} \alpha \dot{x}^2$

ومنه : 0,25 $D = \frac{1}{2} \alpha \dot{x}_2^2$

0,5
$$\begin{cases} \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{x}_1}\right) - \frac{\partial L}{\partial x_1} = F(t) \\ \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{x}_2}\right) - \frac{\partial L}{\partial x_2} = -\frac{\partial D}{\partial \dot{x}_2} \end{cases} \quad \text{---} (1)$$

$$(1) \Leftrightarrow \begin{cases} m_1 \ddot{x}_1 + K_1 x_1 - \cancel{\tfrac{2}{2}} K_2 (2x_2 - x_1) = F(t) & 0{,}25 \\ & \text{---}\ (2) \\ m_2 \ddot{x}_2 + 2K_2 (2x_2 - x_1) = -\alpha \dot{x}_2 & 0{,}25 \end{cases}$$

$$(2) \Leftrightarrow \begin{cases} m_1 \ddot{x}_1 + (K_1 + K_2) x_1 - 2K_2 x_2 = F(t) = f_0 \cos \omega t & 0{,}25 \\ & \text{---}\ (3) \\ m_2 \ddot{x}_2 + \alpha \dot{x}_2 + 4K_2 x_2 - 2K_2 x_1 = 0 & 0{,}25 \end{cases}$$

4.1. إيجاد التواترات الذاتية للحركة

من أجل: $F(t)=0$, $\alpha = 0$, $m_1 = m_2 = m$ و $K_1 = K_2 = K$

فإن المعادلة (3) تصبح كالآتي:

$$\begin{cases} m \ddot{x}_1 + 2K x_1 - 2K x_2 = 0 & 0{,}25 \\ & \text{---}\ (4) \\ m \ddot{x}_2 + 4K x_2 - 2K x_1 = 0 & 0{,}25 \end{cases}$$

إذا الحل الرياضي للمعادلة (4) يعطى كما يلي:

$$x_1(t) = A \sin \omega t \Rightarrow \ddot{x}_1(t) = -\omega^2 A \sin \omega t \quad 0{,}25$$
$$x_2(t) = B \sin \omega t \Rightarrow \ddot{x}_2(t) = -\omega^2 B \sin \omega t \quad 0{,}25$$

ومنه المعادلة (4) تصبح:

$$\begin{cases} -m\omega^2 A + 2KA - 2KB = 0 & 0{,}25 \\ & \text{---}\ (5) \\ -m\omega^2 B + 4KB - 2KA = 0 & 0{,}25 \end{cases}$$

$$(5) \Leftrightarrow \begin{cases} (-m\omega^2 + 2K) A - 2KB = 0 \\ & \text{---}\ (6) \\ -2KA + (-m\omega^2 + 4K) B = 0 \end{cases}$$

نكتب العلاقة (6) على الشكل المصفوفي:

$$\begin{pmatrix} -m\omega^2+2K & -2K \\ -2K & -m\omega^2+4K \end{pmatrix}\begin{pmatrix} A \\ B \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (1)$$

$$(-m\omega^2+2K)(-m\omega^2+4K) - 4K^2 = 0 \quad \ldots (*) \quad (0,5)$$

$$(*) \Rightarrow \omega^4 - 6\frac{K}{m}\omega^2 + 4\frac{K^2}{m^2} = 0 \quad \ldots (*')$$

نضع: $y = \omega^2$ ، ومنه المعادلة $(*')$ تكتب كما يلي:

$$y^2 - \frac{6K}{m}y + 4\frac{K^2}{m^2} = 0$$

$$\Delta = 20\frac{K^2}{m^2}$$

$$y_1 = \omega_1^2 = (3-\sqrt{5})\frac{K}{m} = 0,76\frac{K}{m} \quad (0,5)$$

$$y_2 = \omega_2^2 = (3+\sqrt{5})\frac{K}{m} = 5,24\frac{K}{m} \quad (0,5)$$

إذن التواترات الزاوية الخاصة للحركة هي:

$$\omega_1 = 0,87\sqrt{\frac{K}{m}} \quad (0,25)$$

$$\omega_2 = 2,29\sqrt{\frac{K}{m}} \quad (0,25)$$

<u>التمرين الثاني</u>: ٣،٥ نقطة

$\lambda = 40\ cm \quad , \quad f = 8\ Hz$

1/ <u>حساب الدور وسرعة انتشار هذه الموجة:</u>

+ الدور T:

$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{8} = 0,125\ s$ 0,25

$\boxed{T = 0,125\ s}$ 0,25

+ سرعة الانتشار v:

$v = \frac{\lambda}{T} = \frac{0.4}{0,125} = 3,22\ m/s$ 0,25

$\boxed{v = 3.22\ m/s}$ 0,25

2/ <u>اعطاء الشكل الرياضي لمعادلة الموجة وايجاد المعادلة والطور</u>

* الشكل العام:

$y(x,t) = A \sin(\omega t - Kx + \varphi)$ 0,25

حيث:

$K = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{0,40} = 5\pi\ m^{-1}$ 0,25 0,25

$v = \frac{\omega}{K} \Rightarrow \omega = v.K = 5\pi . 3.22 = 16\pi\ rad/s$ 0,25 0,25

اذن الشكل الرياضي لمعادلة الموجة هو:

$y(x,t) = A \sin(16\pi t - 5\pi x + \varphi)$ 0,25

+ السعة:

لدينا: $y(0,0) = 15 \ , \ \dot{y}(0,0) = 1000$

من جهة أخرى:

$y(0,0) = A \sin\varphi$ 0,25 , $\dot{y}(x,t) = \frac{\partial y(x,t)}{\partial t} = 16\pi A \cos(16\pi t - 5\pi x + \varphi)$ 0,25

$\dot{y}(0,0) = 16\pi A \cos\varphi$ 0,25

اذن:

$\begin{cases} y(0,0) = A \sin\varphi = 15 \\ \dot{y}(0,0) = 16\pi A \cos\varphi = 1000 \end{cases}$ ...(1) 0,25 0,25

بتربيع العلاقة (1) نجد:

$$\begin{cases} A^2 \sin^2\varphi = 15^2 \\ A^2 \cos^2\varphi = \frac{1000^2}{(16\pi)^2} = (19,9)^2 \end{cases}$$

بالجمع نجد:

$$A^2 = 15^2 + 19,9^2 = 621$$

إذن:

$$\boxed{A = 25\ cm}$$ (0,75)

بقسمة $y(0,0)$ على $\dot{y}(0,0)$ نجد:

$$\tan\varphi = \frac{\sin\varphi}{\cos\varphi} = \frac{15}{19,9} = 0,75 \Rightarrow \boxed{\varphi = 37°}$$ (0,75)

إذن:

$$y(x,t) = 25\sin(16\pi t - 5\pi x + 37)$$

3/ ايجاد السرعة الأعظمية:

لدينا: $y(x,t) = 25\sin(16\pi t - 5\pi x + 37)$ (0,5)

ومنه: $\dot{y}(x,t) = 25 \cdot 16\pi\cos(16\pi t - 5\pi x + 37)$ (0,25)

$v_{max} \Rightarrow \cos(16\pi t - 5\pi x + 37) = 1$ (0,25)

إذن: $v_{max} = 25 \cdot 16\pi\ cm/s$

$$\boxed{v_{max} = 1256\ cm/s}$$ (0,25)

التمرين الثالث: 5 نقاط

1/ يمكن أن يبرز الشعاع الضوئي من الوجه AC نحو القاعدة (0,25)

التحليل: لأنه يحقق شرطي البروز

* $A < 2i_\ell$ حيث أن i_ℓ (0,25)

$\sin i_\ell = \frac{1}{n}$ (0,25) / $n = 1,5$ (0,25) ، $A = 60°$ (0,25)

$\sin i_\ell = \frac{1}{1,5} \Rightarrow i_\ell = 42,1°$ (0,25)

إذن: $\boxed{A = 60° \leq 2i_\ell = 84,2°}$ (0,25)

* $i \geq i_0$ (0,25)

$\sin i_0 = n\sin(A - i_\ell)$ (0,25)