

الأربعاء: 10 جانفي 2018

التمرين الأول: (6ن)

نفترض دراسة حركة نقطة مادية في جملة الإحداثيات القطبية، تتم الحركة وفق العلاقة:

$$r = 2a \cos \theta \quad \text{حيث} \quad \theta = \omega t \quad \text{و} \quad (a \text{ و } \omega \text{ ثابتان})$$

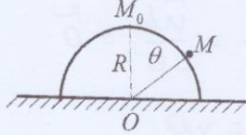
- 1- جد مركبات شعاعي السرعة والتسارع في الإحداثيات القطبية وأحسب طولية كل منهما؟
- 2- جد مركبتا شعاع التسارع في الإحداثيات المنحنية (المركبة المماسية والمركبة الناهضية)؟ ثم عين نصف قطر انحناء المسار.
- 3- جد عبارة شعاع الموضع في الإحداثيات الكارتيزية بدلالة  $a$  و  $\theta$  ثم جد معادلة المسار؟

التمرين الثاني: (5ن)

يخضع جسيم يمكن اعتباره نقطة مادية لحقل قوة معرفة بالإحداثيات الكارتيزية:  $\vec{F} = (x - ay)\vec{e}_x + (3y - 2x)\vec{e}_y$

- 1- أحسب عمل هذه القوة لدى انتقال النقطة المادية بين النقطتين  $O(0, 0)$  و  $A(2, 4)$  مرورا بالنقطة  $C(0, 4)$ . أي من  $O$  إلى  $C$  ثم إلى  $A$ ؟
- 2- جد قيمة  $(a)$  التي تجعل القوة  $\vec{F}$  مشتقة من كمون. ثم استنتج الطاقة الكامنة  $E_p$  الموافقة لها علما ان  $E_p(0, 0) = 0$ .

التمرين الثالث: (6ن)



توضع كرة نصف قطرها  $R=2m$  ومركزها  $O$  على مستوى افقي. لتكن نقطة مادية كتلتها  $m$  يمكنها أن تتحرك بدون احتكاك على محيط الكرة بدون سرعة ابتدائية تحت تأثير ثقلها ابتداء من النقطة  $M_0$  الواقعة في أعلى نصف الكرة.

- 1) أعد رسم الشكل ممثلا عليه القوى المؤثرة على النقطة المادية عند الموضعين  $M_0$  و  $M$
- 2) جد عبارة السرعة المكتسبة عند  $M$  بدلالة  $\theta, g, R$ ؟ حيث  $g$  شدة شعاع الجاذبية الأرضية
- 3) استنتج مقدار الزاوية  $\theta_0$  التي من أجلها تغادر النقطة المادية سطح الكرة؟ هل تتعلق قيمة الزاوية بالكتلة  $m$ ؟ هل تتعلق بنصف القطر  $R$ ؟
- 4) أحسب السرعة  $V_0$  الموافقة؟

التمرين الرابع: (3ن)

تتحرك قذيفة في مستو شاقولي، وتُعطى إحداثياتها  $x$  و  $y$  على محورين، أحدهما  $Ox$  أفقي والآخر  $Oy$  شاقولي موجه نحو الأعلى، بالعلاقتين:

$$x = 5t \quad ; \quad y = -5t^2 + 2$$

- 1- اكتب عبارة شعاع الموضع في الإحداثيات الكارتيزية.
- 2- جد معادلة مسار هذه النقطة المادية؟ ما شكل هذا المسار؟
- 3- جد عبارة شعاع سرعة القذيفة، ثم حدّد طبيعة الحركة على المحورين  $Ox$  و  $Oy$ ؟
- 4- جد عبارة شعاع سرعة القذيفة عند اللحظة  $t=0$ ؟ حدد وضعه بالنسبة للمحور  $Ox$ ؟

مع تمنيات أساتذة المقياس بالتوفيق للجميع



التمرين الثاني

$$\vec{F} = (x - ay)\vec{e}_x + (3y - 2x)\vec{e}_y$$

1- حمل القوة  $\vec{F}$  عن الانتقال من 0 الى C  
 $W_{OC}$   
 $W_{CA}$  : A الى C = = = = =

$$W_{OCA} = W_{OC} + W_{CA}$$

$$W = \int \vec{F} d\vec{r} = \int F_x dx + \int F_y dy$$

$W_{OC} = ?$   $x = 0, dx = 0, y = 0 - 4$

$$W_{OC} = \int_0^4 3y dy = \frac{3y^2}{2} \Big|_0^4 = 24 \text{ J.} \quad (1)$$

$W_{CA} = ?$   $y = 4, dy = 0, x = 0 - 2$  (1)

$$W_{CA} = \int_0^2 (x - 4a) dx = \left( \frac{x^2}{2} - 4ax \right) \Big|_0^2 = (2 - 8a) \text{ J.}$$

$$W_{OCA} = (26 - 8a) \text{ J} \quad (0,1)$$

2- تحقق (a) التي لجعل  $\vec{F}$  متشعبة من كورنة

نعم ان يكون :  $\text{rot } \vec{F} = \vec{0}$  (0,1)

$$\text{rot } \vec{F} = \begin{vmatrix} \vec{e}_x & \vec{e}_y & \vec{e}_z \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ F_x & F_y & F_z \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \vec{e}_x & \vec{e}_y & \vec{e}_z \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ (x-ay) & (3y-2x) & 0 \end{vmatrix} = (-2) - (-a) = -2 + a = 0$$

$$\Rightarrow a = 2 \quad (1)$$

استاذ طاقة الكورنة :  $\frac{\partial E_p}{\partial x} = -(x - 2y) \Rightarrow E_p = -\int (x - 2y) dx = -\frac{x^2}{2} + 2yx + h(y)$  (0,1)

$$E_p = -\left(\frac{x^2}{2} - 2yx\right) + h(y) = -\frac{x^2}{2} + 2yx + h(y)$$

$$\frac{\partial E_p}{\partial y} = -2x + 2x = 2x + \frac{\partial h}{\partial y} \Rightarrow \frac{\partial h}{\partial y} = -3y \Rightarrow h = -\frac{3y^2}{2} + c$$

$$E_p(x, y) = -\frac{x^2}{2} + 2yx - \frac{3y^2}{2} + c \quad (E_p(0,0) = 0) \Rightarrow c = 0$$

$$F(x, y) = -\frac{x^2}{2} + 2yx - \frac{3y^2}{2} \quad (0,1)$$

## المتمرين الثالث

1. تمثيل القوى على الشكل

2. عباية السرعة بطبق العلاقة التفاضلية للتربيع

$$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{P} + \vec{N} = m\vec{a}$$

لا يحاط على الممرين  $M_T$ ،  $M_N$ .

$$P_T = ma_{T} \Rightarrow mg \sin \theta = m \frac{dv}{dt} \Rightarrow \frac{dv}{dt} = g \sin \theta \quad (1)$$

$$P_N - R = ma_N \Rightarrow mg \cos \theta - N = m \frac{v^2}{R} \quad (2)$$

$$\frac{dv}{dt} \cdot \frac{d\theta}{dt} = g \sin \theta \quad \left( \frac{d\theta}{dt} = \omega = \frac{v}{R} \right) \text{ من العلاقة (1)}$$

$$v \frac{dv}{R} = g \sin \theta \cdot d\theta \Rightarrow v dv = g R \sin \theta d\theta$$

$$\int_0^v v dv = \int_0^{\theta} g R \sin \theta d\theta \Rightarrow \frac{v^2}{2} = Rg [-\cos \theta]_0^{\theta}$$

$$v^2 = 2Rg(1 - \cos \theta) \Rightarrow \boxed{v = \sqrt{2Rg(1 - \cos \theta)}}$$

3. فقد الزاوية  $\theta_0$  التي من أجلها تنار السطح عند  $N=0$ .

$$N=0 \Rightarrow mg \cos \theta_0 = m \frac{v^2}{R} \quad \text{من العلاقة (2)}$$

$$g \cos \theta_0 = \frac{2Rg(1 - \cos \theta_0)}{R} \Rightarrow 3 \cos \theta_0 = 2 \Rightarrow$$

$$\cos \theta_0 = \frac{2}{3} \Rightarrow \boxed{\theta_0 = 48^\circ}$$

من خلال عباية الزاوية نلاحظ أنها لا تتعلق بـ  $m$  و  $R$

4 - حساب  $v_0$  المرافقة:

$$v_0 = \sqrt{2 \cdot 2.9 \cdot 11 \left(1 - \frac{2}{3}\right)} \Rightarrow \boxed{v_0 = 3.65 \text{ m/s}}$$

المركبة الرابع  
 $x = 5t, y = -5t^2 + 2.$

1- عبارة شتاع الموضع:

$$\vec{r} = \vec{om} = (5t)\vec{e}_x + (-5t^2 + 2)\vec{e}_y.$$

2- معادلة المسار:

$$t = \frac{x}{5} \Rightarrow y = -5 \cdot \frac{x^2}{25} + 2 = -\frac{x^2}{5} + 2.$$

معادلة قطع مكافئ

$$\boxed{y = -\frac{x^2}{5} + 2}$$

3- عبارة شتاع سرعة القذيفة:

$$\vec{v} = 5\vec{e}_x + (-10t)\vec{e}_y.$$

$v_x = 5$ : السرعة ثابتة الحركة مستقيمة متساوية السرعة  $0x$ .  
 $v_y = -10t$ : السرعة متغيرة، المسار ثابت الحركة مستقيمة متساوية باربع  $0y$ .

4- عبارة سرعة عند  $t = 0$ .

$$\boxed{\vec{v}(0) = 5\vec{e}_x}$$

بالتصق مع المحور  $0x$ .