قسم الفيزياء	جامعة الشهيد حمه لخضر - الوادي	ميدان: رياضيات 2
السنة الأولى علوم المادة	كلية العلوم الدقيقة	السنة الجامعية: 2017/2018
2018-05-09	امتحان الدورة العادية للسداسي الثاني	المدة: ساعة و نصف

التمرين الأول: (04 نقاط)

التمرين الثاني: (06 نقاط)

1) عين العددين الحقيقيين a و b بحيث من أجل كل عدد حقيقي x من $]-1,+\infty[$:

2) عين قيمة التكامل التالي :

3) احسب التكامل التالي

التمرين الثالث: (06 نقاط)

التمرين الرابع: (04 نقاط)

التمرين الأول : (4 ن)

لدينا: $\ln(2+x) = \ln\left(2\left(1+\frac{x}{2}\right)\right) = \ln 2 + \ln\left(1+\frac{x}{2}\right)$

0,1 $= \ln 2 + \frac{x}{2} - \frac{x^2}{8} + \frac{x^3}{24} + o(x^3)$

0,1 $\ln(1-x) = \ln(1+(-x)) = -x - \frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{3} + o(x^3)$

ومنه:

$4\ln(2+x) - \ln(1-x) - 3x - 4\ln 2$

$= 4\left(\ln 2 + \frac{x}{2} - \frac{x^2}{8} + \frac{x^3}{24}\right) - \left(-x - \frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{3}\right) - 3x - 4\ln 2 + o(x^3)$

0,1 $= \frac{x^3}{2} + o(x^3)$

0,1 $\lim_{x\to 0} \frac{4\ln(2+x) - \ln(1-x) - 3x - 4\ln 2}{x^3} = \lim_{x\to 0} \frac{\frac{x^3}{2} + o(x^3)}{x^3} = \frac{1}{2}$ إذن:

التمرين الثاني: (6 ن)

1) لدينا: $\frac{2x-1}{x^2(x-1)^2} = \frac{a}{x^2} + \frac{b}{(x-1)^2} = \frac{(a+b)x^2 - 2ax + a}{x^2(x-1)^2}$

0,5 بالمطابقة نجد:

0,5 $\begin{cases} a+b = 0 \\ -2a = 2 \\ a = -1 \end{cases}$

0,5 لكن $a = -1$ و $b = 1$

ومنه: $\frac{2x-1}{x^2(x-1)^2} = \frac{-1}{x^2} + \frac{1}{(x-1)^2}$

2) لدينا: $\int_2^3 \frac{2x-1}{x^2(x-1)^2}\,dx = \int_2^3 \left(-\frac{1}{x^2} + \frac{1}{(x-1)^2}\right) dx$

0,1 $= \left[\frac{1}{x} - \frac{1}{x-1}\right]_2^3$

0,1 $= \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{2}\right) - \left(\frac{1}{2} - 1\right)$

0,5 $= \frac{1}{3}$

0,5 $\iint_D \frac{2xy-y}{x^2(x-1)^2(y^2+1)}\,dx\,dy = \int_0^1 \frac{y}{y^2+1}\left[\int_2^3 \frac{2x-1}{x^2(x-1)^2}\,dx\right]dy$

0,5 $= \frac{1}{3}\int_0^1 \frac{y}{y^2+1}\,dy$

0,5 $= \frac{1}{6}\left[\ln(y^2+1)\right]_0^1$

0,5 $= \frac{1}{6}\ln 2$

التمرين الثالث: (6 ن)

0,5 الحل العام للمعادلة المعطاة: $y = y_H + y_p$

0,5 - إيجاد y_H: المعادلة المتجانسة $2y'' - 7y' + 3y = 0$

0,5 والمعادلة المميزة: $2r^2 - 7r + 3 = 0$

0,5 تقبل حلين متمايزين: $r_1 = \frac{1}{2}$ ؛ $r_2 = 3$

0,5 فحل المعادلة المتجانسة: $c_1, c_2 \in \mathbb{R}$ $y_H = c_1 e^{\frac{1}{2}x} + c_2 e^{3x}$

- إيجاد y_p: بما أن e^{-x} ليس حلاً للمتجانسة

0,5 فنشكل الحل الخاص y_p: $y_p = (ax+b)e^{-x}$

0,5 لنجد: $y_p' = (-ax + a - b)e^{-x}$

0,5 و $y_p'' = (ax - 2a + b)e^{-x}$

و بالتعويض في المعادلة المعطاة نجد:

0,5 $(12ax - 11a + 12b)e^{-x} = (12x+1)e^{-x}$

0,5 و بالمطابقة نجد: $\begin{cases} 12a = 12 \\ -11a + 12b = 1 \end{cases}$ أي $\begin{cases} a = 1 \\ b = 1 \end{cases}$

0,5 إذن $y_p = (x+1)e^{-x}$

و بالتالي:

0,5 $y = c_1 e^{\frac{1}{2}x} + c_2 e^{3x} + (x+1)e^{-x}$, $c_1, c_2 \in \mathbb{R}$

تمرين الرابع: (4 ن)

مصفوفة المعاملات $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -3 \\ 3 & -2 & 2 \\ 5 & -3 & -1 \end{pmatrix}$

محدد A:

01 $\Delta = \begin{vmatrix} 2 & 1 & -3 & 2 & 1 \\ 3 & -2 & 2 & 3 & -2 \\ 5 & -3 & -1 & 5 & -3 \end{vmatrix}$

$= 4 + 10 + 27 - 30 + 12 + 3 = 56 - 30 = 26$

01 A مصفوفة مربعة ومحددها $\Delta \neq 0$ فهي لكرامر

حلها: الجملة تقبل حلاً وحيداً (x, y, z) حيث:

0,5 $x = \frac{\Delta x}{\Delta}$, $\Delta_x = \begin{vmatrix} 5 & 1 & -3 & 5 & 1 \\ 5 & -2 & 2 & 5 & -2 \\ 15 & -3 & -1 & 16 & -3 \end{vmatrix}$

$= 10 + 32 + 45 - 96 + 30 + 5 = 122 - 96 = 26$

$x = \frac{26}{26} = 1$

0,5 $y = \frac{\Delta y}{\Delta}$, $\Delta_y = \begin{vmatrix} 2 & 5 & -3 & 2 & 5 \\ 3 & 5 & 2 & 3 & 5 \\ 5 & 16 & -1 & 5 & 16 \end{vmatrix}$

$= -10 + 50 - 144 + 75 - 64 + 15 = 140 - 218 = -78$

$y = \frac{-78}{26} = -3$

0,5 $z = \frac{\Delta z}{\Delta}$, $\Delta_z = \begin{vmatrix} 2 & 1 & 5 & 2 & 1 \\ 3 & -2 & 5 & 3 & -2 \\ 5 & -3 & 16 & 5 & -3 \end{vmatrix}$

$= -64 + 25 - 45 + 50 + 30 - 48 = 105 - 157 = -52$

$z = \frac{-52}{26} = -2$

0,5 فمجموعة الحلول $S = \{(1, -3, -2)\}$.