جامعة حمة لخضر - الـــوادي -

كلية العلوم الدقيقة **قسم الفيزياء**

سنة ثانية SM **السنة الدراسية: 2017-2018**

إمتحان السداسي الأول في مقياس الطرق العددية و البرمجة .

<u>التمرين 1</u>: (7 نقط) لتكن لدينا التكامل التالي:

$$\int_2^4 \frac{dt}{t.ln(t)}$$

1- أثبت أن $\int \frac{dt}{t.ln(t)} = ln\left(ln(t)\right) + c$ ثم أحسب القيمة الحقيقية للتكامل.

2- أكتب خوارزمي طريقة سيمسون لإيجاد القيمة التقريبية للتكامل من أجل n تجزئة للمجال $[2,4]$.

3- أحسب القيمة التقريبية للتكامل باستعمال طريقة سيمسون البسيطة.

4- أحسب الخطأ في هذه الحالة.

<u>التمرين 2</u>: (6 نقط) لتكن لدينا المسألة التفاضلية

$$y'(t) = f(t,y) = t.sin\left(y(t)\right) \quad , y(0) = \frac{\pi}{2}$$

1- أكتب خوارزمي أولر لإيجاد الحل التقريبي لهده المسألة من أجل خطوة h .

2- أحسب القيمة التقريبية للحل عند اللحظة $t = 0.2$ باستعمال خطوة $h = 0.1$.

<u>التمرين 3</u>: (7 نقط) لتكن لدينا الجملة التالية

$$\begin{cases} x_1 + \frac{1}{3}x_2 = 0 \\ \frac{1}{3}x_1 + x_2 + \frac{1}{3}x_3 = 1 \\ \frac{1}{3}x_2 + x_3 = 0 \end{cases}$$

1- أكتب خوارزمي غوص-صيدال لإيجاد الحل التقريبي لهذه الجملة.

2- من أجل $X^{(0)} = (0,0,0)^t$ أوجد حدود المتتالية $X^{(n)}$ حتى الرتبة الرابعة.

3- أحسب الخطأ في هذه الحالة.

تصحيح إمتحان السداسي الأول في مقياس الطرق العددية و البرمجة.

التمرين 1:

1- نضع $y = ln(t) \Rightarrow dy = \frac{dt}{t}$ ومنه $\int \frac{dt}{t.ln(t)} = \int \frac{dy}{y} = ln(y) + c = ln\left(ln(t)\right) + c$ .....(1)

حساب القيمة الحقيقية ......(1)

$$E = \int_2^4 \frac{dt}{t.ln(t)} = \left[ln\left(ln(t)\right)\right]_2^4 = ln\left(ln(4)\right) - ln\left(ln(2)\right) = ln\left(\frac{2ln2}{ln2}\right) = ln2 = 0.69314718$$

2- خوارزمي طريقة سيمسون: .... (2.5)

- إعطاء $b\ ,a\ ,f(x)\ ,h$
- $n = \frac{b-a}{h}$
- $i = 1, \dots, n\ ,x_i = x_0 + i \times h\ ,x_0 = a$
- $S = f(x_0)$
- من أجل $M = 0\ \ 1 \le i \le \frac{n}{2} - 1$
- $M = M + f(x_{2i})$
- من أجل $N = 0\ ,1 \le i \le \frac{n}{2}$
- $N = N + f(x_{2i-1})$
- $S = S + 2 \times M + 4 \times N$
- $S = S + f(x_n)$
- $S = \frac{h}{3} \times S$

3- حساب التكامل باستعمال طريقة سيمسون البسيطة:

أولا نحسب منتصف المجال وصورته $c = \frac{2+4}{2} = 3\ ,f(3) = \frac{1}{3.ln(3)}$ ولدينا $h = 1$ .....(1)

بالتالي: $\int_2^4 \frac{dt}{t.ln(t)} \approx J_S = \frac{1}{3}\left[\frac{1}{2ln2} + \frac{4}{3ln3} + \frac{1}{4ln4}\right] = 0.70511223$ .....(1)

4- حساب الخطأ: $e = |E - J_S| = 0.70511223 - 0.69314718 = 0.01196505$ ....(0.5)

التمرين 2: لدينا $y'(t) = f(t,y) = t.sin\left(y(t)\right)\ \ ,y(0) = \frac{\pi}{2}$

1- كتابة خوارزمي أولر لإيجاد الحل التقريبي لهده المسألة من أجل خطوة h ......(2)

- التصريح بـ t_0, h، الدقة y_0 , الدالة $Nmax = \frac{T}{h}\ ,T\ ,f(t,y)$
- من أجل $0 \le n \le Nmax$

$$y_{n+1} = y_n + hf(t_n, y_n) = y_n + h.t_n.sin(y_n)$$

2- حساب القيمة التقريبية للحل عند اللحظة $t = 0.2$ باستعمال خطوة $h = 0.1$.

(0.5) .... $h = 0.1\ ,\ y_0 = \frac{\pi}{2}\ ,\ t_0 = 0$

$$y_1 = y_0 + hf(t_0, y_0) = y_0 + h.t_0.sin(y_0) = \frac{\pi}{2} + 0.1 \times 0 \times sin\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{\pi}{2}$$

$$= 1.5707963267 \quad , \quad y(0.1) \approx 1.5707963267 \ldots . (1.5)$$

(0.5)..... $h = 0.1\ ,\ y_1 = \frac{\pi}{2}\ ,\ t_1 = 0.1$

$$y_2 = y_1 + hf(t_1, y_1) = y_1 + h.t_1.sin(y_1) = \frac{\pi}{2} + 0.1 \times 0.1 \times sin\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1.5807963267$$

$$y(0.2) \approx 1.5807963267 \quad \ldots . (1.5)$$

التمرين 3: (7 نقط) لتكن لدينا الجملة التالية

$$\begin{cases} x_1 + \frac{1}{3}x_2 = 0 \\ \frac{1}{3}x_1 + x_2 + \frac{1}{3}x_3 = 1 \\ \frac{1}{3}x_2 + x_3 = 0 \end{cases}$$

1- كتابة خوارزمي غوص-صيدال لإيجاد الحل التقريبي لهذه الجملة (2).

- التصريح بـ $X^{(0)} = (0,0,0)^t$,$Nmax$, الدقة ϵ
- من أجل $0 \leq n \leq Nmax$

$$\begin{cases} x_1{}^{(n+1)} = -\frac{1}{3}x_2{}^{(n)} \\ x_2{}^{(n+1)} = 1 - \frac{1}{3}x_1{}^{(n+1)} - \frac{1}{3}x_3{}^{(n)} \\ x_3{}^{(n+1)} = -\frac{1}{3}x_2{}^{(n+1)} \end{cases}$$

- حساب الخطأ إذا كان الخطأ أقل من ϵ أو $n = Nmax$ توقف.

2- من أجل $X^{(0)} = (0,0,0)^t$ أوجد حدود المتتالية $X^{(n)}$ حتى الرتبة الرابعة.

$$(1) \ldots . \begin{cases} x_1{}^{(1)} = -\frac{1}{3}x_2{}^{(0)} = 0 \\ x_2{}^{(1)} = 1 - \frac{1}{3}x_1{}^{(1)} - \frac{1}{3}x_3{}^{(0)} = 1 \\ x_3{}^{(1)} = -\frac{1}{3}x_2{}^{(1)} = -\frac{1}{3} = -0.33333333 \end{cases}$$

$$(1)\ \ldots\ldots \begin{cases} x_1^{(2)} = -\frac{1}{3}x_2^{(1)} = -\frac{1}{3} = -0.33333333 \\ x_2^{(2)} = 1 - \frac{1}{3}x_1^{(2)} - \frac{1}{3}x_3^{(1)} = 1 + \frac{1}{9} + \frac{1}{9} = \frac{11}{9} = 1.22222222 \\ x_3^{(2)} = -\frac{1}{3}x_2^{(2)} = -\frac{11}{27} = -0.407407407 \end{cases}$$

$$(1)\ \ldots\ldots \begin{cases} x_1^{(3)} = -\frac{1}{3}x_2^{(2)} = -\frac{11}{27} = -0.407407407 \\ x_2^{(3)} = 1 - \frac{1}{3}x_1^{(3)} - \frac{1}{3}x_3^{(2)} = 1 + \frac{11}{3.27} + \frac{11}{3.27} = \frac{103}{81} = 1.27160493 \\ x_3^{(3)} = -\frac{1}{3}x_2^{(3)} = -\frac{1}{3}\left(\frac{103}{81}\right) = -\frac{103}{243} = -0.42386831 \end{cases}$$

$$(1)\ \ldots\ldots \begin{cases} x_1^{(4)} = -\frac{1}{3}x_2^{(3)} = -\frac{103}{243} = -0.42386831 \\ x_2^{(4)} = 1 - \frac{1}{3}x_1^{(4)} - \frac{1}{3}x_3^{(3)} = 1 + \frac{103}{3.243} + \frac{103}{3.243} = \frac{935}{729} = 1.2825788751 \\ x_3^{(4)} = -\frac{1}{3}x_2^{(4)} = -\frac{935}{3.729} = -0.4275262917 \end{cases}$$

3- حساب الخطأ في هذه الحالة.

$$e = \left(x_1^{(4)} - x_1^{(3)}, x_2^{(4)} - x_2^{(3)}, x_3^{(4)} - x_3^{(3)}\right)$$

$$= (0.016460903\,, 0.0109739451\,, 0.0036579817)\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots.\ (1)$$