$y'' - 4y' + 3y = xe^{2x}$

$y = C_1(x) e^{x} + C_2(x) e^{3x}$

01 $\begin{cases} C_1'(x) e^{x} + C_2'(x) e^{3x} = 0 \\ C_1'(x) e^{x} + 3C_2'(x) e^{3x} = xe^{2x} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} C_1'(x) + C_2'(x) e^{2x} = 0 \\ C_1'(x) + 3C_2'(x) e^{2x} = xe^{x} \end{cases}$

$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & e^{2x} \\ 1 & 3e^{2x} \end{vmatrix} = 3e^{2x} - e^{2x} = 2e^{2x}$

01 $\Delta_1 = \begin{vmatrix} 0 & e^{2x} \\ xe^{x} & 3e^{2x} \end{vmatrix} = -xe^{3x}$, $\Delta_2 = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 1 & xe^{x} \end{vmatrix} = xe^{x}$

(2) اوجد الحل الخاص ثم الحل العام للمعادلة التفاضلية التالية : $y'' - 4y' + 3y = xe^{2x}$

01 $\begin{cases} C_1'(x) = \dfrac{\Delta_1}{\Delta} = \dfrac{-xe^{3x}}{2e^{2x}} = -\dfrac{x}{2}e^{x} \\ C_2'(x) = \dfrac{\Delta_2}{\Delta} = \dfrac{xe^{x}}{2e^{2x}} = \dfrac{x}{2}e^{-x} \end{cases}$

01 $\begin{cases} C_1(x) = \int -\frac{x}{2}e^{x}dx = \left[-\frac{x}{2}e^{x}\right] + \int \frac{1}{2}e^{x}dx = \frac{1}{2}(-x+1)e^{x} + C_1 \\ C_2(x) = \int \frac{x}{2}e^{-x}dx = \left[-\frac{1}{2}xe^{-x}\right] + \int \frac{1}{2}e^{-x}dx = \frac{1}{2}(-x-1)e^{-x} + C_2 \end{cases}$

الحل الخاص هو

01 $y_0(x) = \frac{1}{2}(-x+1)e^{2x} + \frac{1}{2}(-x-1)e^{2x} = -xe^{2x}$

الحل العام للمعادلة التفاضلية هو

01 $y = y_0 + y_p = -xe^{2x} + C_1e^{x} + C_2e^{3x}$

الطريقة الثانية

01 بما أن $\alpha = 2$ ليس جذراً للمعادلة المميزة الحل الخاص نكتبه على الشكل

01 $y_0 = (ax+b)e^{2x}$

$y' = (2ax+2b+a)e^{2x}$ $y'' = (4ax+4b+4a)e^{2x}$

02 $(4ax+4b+4a) - 4(2ax+2b+a) + 3(ax+b) = x$

$-ax - b = x \Leftrightarrow -a = 1 , b = 0 \Leftrightarrow a = -1 , b = 0$

01 $y_0(x) = -xe^{2x}$ وهو الحل الخاص

والحل العام

01 $y = -xe^{2x} + C_1e^{x} + C_2e^{3x}$

تصحيح امتحان رياضيات 2 (1 علوم المادة) / 2021/2022.

قسم الفيزياء	جامعة الشهيد حمه لخضر-الوادي	اللقب:	الفوج
سنة أولـــى علوم المادة	كلية العلوم الدقيقة	الاسم:	

امتحان في مقياس الرياضيات 2

التمرين 1 : لتكن المصفوفة A حيث

$$A = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & -1 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

احسب $det(A)$ بين ان A قابلة للقلب ثم احسب A^{-1}

2 $\det A = \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} + 1 \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} = 1 - 1 - 2 = -2 \neq 0$

1 $\det A \neq 0 \Rightarrow A$ قابلة للقلب

1 $A^{-1} = \frac{1}{\det A} B^t \;/\; B = (b_{ij}) \quad b_{ij} = (-1)^{i+j} \operatorname{Det} A_{ij}$

01 $B = \begin{pmatrix} -1 & -1 & -3 \\ -1 & -1 & -1 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad B^t = \begin{pmatrix} -1 & -1 & -1 \\ -1 & -1 & 1 \\ -3 & -1 & 1 \end{pmatrix}$

01 $A^{-1} = -\frac{1}{2} \begin{pmatrix} -1 & -1 & -1 \\ -1 & -1 & 1 \\ -3 & -1 & 1 \end{pmatrix}$

التمرين 2 : اوجد الحل العام للمعادلة التفاضلية التالية : $y' - 3y = x$

$y' - 3y = 0 \Leftrightarrow \frac{dy}{dx} = 3y \Leftrightarrow \frac{dy}{y} = 3dx \Leftrightarrow \ln|y| = e^{3x+c}$

2 $\Leftrightarrow |y| = e^{c} e^{3x} \Leftrightarrow y = Ce^{3x}$

$y = C(x) e^{3x} \Rightarrow y' = C'(x) e^{3x} + 3C(x) e^{3x}$

01 $y' - 3y = x \Leftrightarrow C'(x) e^{3x} = x \Rightarrow C'(x) = x e^{-3x}$

01 $C(x) = \int x e^{-3x} dx = \left[-\frac{1}{3} x e^{-3x}\right] + \frac{1}{3} \int e^{-3x} dx$

$= -\frac{1}{3} x e^{-3x} - \frac{1}{9} e^{-3x} + c$

$= -\frac{1}{3}\left(x + \frac{1}{3}\right) e^{-3x} + c$

01 $y = -\frac{1}{3}\left(x + \frac{1}{3}\right) + C e^{3x}$ الحل العام

التمرين 3 : نعتبر المعادلة التفاضلية التالية : $y'' - 4y' + 3y = xe^{2x}$

(1) اوجد الحل العام للمعادلة التفاضلية المتجانسة التالية $y'' - 4y' + 3y = 0$.

$y = e^{rx}, \; y' = re^{rx}, \; y'' = r^2 e^{rx}$

1 المعادلة المميزة المرافقة هي: $r^2 - 4r + 3 = 0$

$\Delta = (-4)^2 - 4(1)(3) = 16 - 12 = 4$

01 $r_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{4-2}{2} = \frac{2}{2} = 1, \; r_2 = \frac{4+2}{3} = \frac{6}{2} = 3$

01 $y = C_1 e^{x} + C_2 e^{3x}$ الحل العام للمعادلة التفاضلية المتجانسة هو