جامعـــــة الـــشهيد حمه لخضر

كلية العلوم الدقيقة

قسم الفيزياء

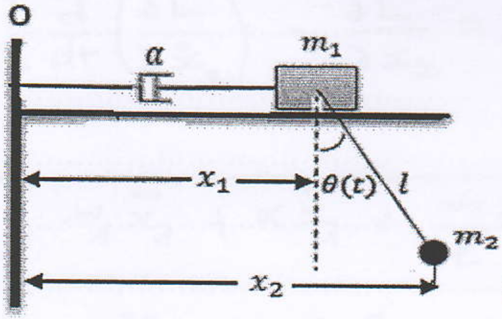
سنة ثانية ليسانس فيزياء

المدة: 1 سسا

26 جانفي 2022

تصحيح امتحان الدورة العادية في مقياس الاهتزازات والأمواج

التمرين الأول: (12 نقطة)



الشكل 1

1. عدد درجات الحرية هو $d = 2$

التعليل: $d = N - l$ (0,25)

N: عدد الاحداثيات المعممة

حيث $N = 3$ (0,25)

l: عدد معادلات القيود $l = 1$ (0,25)

لدينا من الشكل:

$\sin\theta = \dfrac{x_2 - x_1}{l}$ (0,5)

باستعمال تقريب الزوايا الصغيرة نجد: $\sin\theta \simeq \theta$

$\boxed{\theta = \dfrac{x_2 - x_1}{l}}$ (0,5)

إذن: $d = 3 - 1 = 2$ (0,25)

2. إيجاد دالة لاغرانج L بدلالة $(x_1, x_2, \dot{x}_1, \dot{x}_2)$

$L = T - U$ (0,1)

من الشكل 1 لدينا:

* الطاقة الحركية: $T = T_{m_1} + T_{m_2}$ (0,1)

$\boxed{T = \frac{1}{2} m_1 \dot{x}_1^2 + \frac{1}{2} m_2 \dot{x}_2^2}$ (0,1)

* الطاقة الكامنة: (0,25)

$U = U_{m_2} \Rightarrow U_{m_2} = m_2 g h = m_2 g l (1 - \cos\theta)$ (0,1)

باستعمال تقريب الزوايا الصغيرة: $1 - \cos\theta = \dfrac{\theta^2}{2}$ (0,25)

ومنه $U_{m_2} = m_2 g l \dfrac{\theta^2}{2} = m_2 g \dfrac{l}{2}\left[\dfrac{x_2 - x_1}{l}\right]^2$ (0,1)

$\boxed{U = U_{m_2} = \dfrac{m_2 g}{2} (x_2 - x_1)^2}$ (0,1)

$$\boxed{L=\frac{1}{2}m_1\dot{x}_1^2+\frac{1}{2}m_2\dot{x}_2^2-\frac{1}{2}\frac{m_2 g}{l}(x_2-x_1)^2}$$ (0.1)

3- ايجاد معادلتي الحركة

لدينا: طاقة التبدد $D=\frac{1}{2}\alpha\dot{x}_1^2$ (0.1)

$$\begin{cases}\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{x}_1}\right)-\frac{\partial L}{\partial x_1}=-\frac{\partial D}{\partial \dot{x}_1}\Rightarrow m_1\ddot{x}_1-\frac{m_2 g}{l}(x_2-x_1)=-\alpha\dot{x}_1\\ \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{x}_2}\right)-\frac{\partial L}{\partial x_2}=0\Rightarrow m_2\ddot{x}_2+\frac{m_2 g}{l}(x_2-x_1)=0\end{cases}$$ (1)

معادلتي الحركة هما:

$$\boxed{\begin{cases}m_1\ddot{x}_1+\alpha\dot{x}_1+\frac{m_2 g}{l}x_1-\frac{m_2 g}{l}x_2=0\\ m_2\ddot{x}_2+\frac{m_2 g}{l}x_2-\frac{m_2 g}{l}x_1=0\end{cases}}$$ ... (*) (0.1)

4- ايجاد التواترات الزاوية للحركة

من أجل: $\alpha=0$ و $m_1=m_2=m$

ومنه (*) تصبح كالتالي:

$$\begin{cases}m\ddot{x}_1+\frac{mg}{l}x_1-\frac{mg}{l}x_2=0\\ m\ddot{x}_2+\frac{mg}{l}x_2-\frac{mg}{l}x_1=0\end{cases}$$ ... (*)' (0.25)

لايجاد التواترات الزاوية نعوض الحل بأخذ الشكل:

(0.25) $x_1(t)=A\sin\omega t$ (0.25) $\ddot{x}_1=-\omega^2A\sin\omega t$

(0.25) $x_2(t)=B\sin\omega t$ (0.25) $\ddot{x}_2=-\omega^2B\sin\omega t$

ومنه (*)' تصبح كالتالي:

$$\begin{cases}-m\omega^2A\cancel{\sin\omega t}+\frac{mg}{l}A\cancel{\sin\omega t}-\frac{mg}{l}B\cancel{\sin\omega t}=0\\ -m\omega^2B\cancel{\sin\omega t}+\frac{mg}{l}B\cancel{\sin\omega t}-\frac{mg}{l}A\cancel{\sin\omega t}=0\end{cases}$$ (0.25) ...(*)''

$$(*)''\Leftrightarrow\begin{cases}\left(-m\omega^2+\frac{mg}{l}\right)A-\frac{mg}{l}B=0\\ -\frac{mg}{l}A+\left(-m\omega^2+\frac{mg}{l}\right)B=0\end{cases}$$ (0.1) ...(*)'''

نكتب (*) على الشكل المصفوفي:

$$\underbrace{\begin{pmatrix} \left(-m\omega^2 + \frac{mg}{\ell}\right) & -\frac{mg}{\ell} \\ -\frac{mg}{\ell} & \left(-m\omega^2 + \frac{mg}{\ell}\right) \end{pmatrix}}_{D} \begin{pmatrix} A \\ B \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad 1$$

نحسب $\det D = 0$

$$\left(-m\omega^2 + \frac{mg}{\ell}\right)^2 - \left(\frac{mg}{\ell}\right)^2 = 0$$

$$\left(-m\omega^2 + \frac{mg}{\ell} + \frac{mg}{\ell}\right)\left(-m\omega^2 + \frac{mg}{\ell} - \frac{mg}{\ell}\right) = 0$$

$$\left(-m\omega^2 + \frac{2mg}{\ell}\right)\left(-m\omega^2\right) = 0 \quad 0.1$$

$$\begin{cases} \omega_1 = 0 \\ -m\omega_2^2 + \frac{2mg}{\ell} = 0 \Rightarrow \omega_2 = \sqrt{\frac{2g}{\ell}} \end{cases}$$

إذن التواترات الزاوية للحركة هما:

$$\boxed{\omega_1 = 0} \quad 0.1$$

$$\boxed{\omega_2 = \sqrt{\frac{2g}{\ell}}} \quad 0.1$$

التمرين الثاني : (8 نقاط)

لدينا : عبارة الموجة الواردة : $y_1(x,t) = A\sin(Kx - wt)$

1 - استنتاج الموجة المنعكسة :

$\boxed{y_2(x,t) = A\sin(Kx + wt)}$ (1)

2 - ايجاد عبارة الموجة المستقرة :

$y(x,t) = y_1(x,t) + y_2(x,t)$

الموجة المستقرة مجموع الموجة الواردة والمنعكسة

$y(x,t) = A\sin(Kx - wt) + A\sin(Kx + wt)$

$= A\left[\sin Kx \cos wt - \cancel{\sin wt \cos Kx} + \sin Kx \cos wt + \cancel{\sin wt \cos Kx}\right]$ (1)

$= 2A \sin Kx \cos wt$

$\boxed{y(x,t) = 2A\sin Kx \cos wt}$ (0,5)

حيث السعة : $A(x)$; $A(x) = 2A\sin Kx$

3 - ايجاد عبارة البطون والعقد من أجل $n=0$, $n=1$ بدلالة λ

* البطون ⟸ $A(x)_{max}$ (0,25)

$A(x)_{max} \Rightarrow [A(x) = 2A\sin Kx]_{max} \Rightarrow \sin Kx = 1$ (0,25)

ومنه :

$Kx = (2n+1)\frac{\pi}{2}$, $K = \frac{2\pi}{\lambda}$ (0,25)

(0,25) $x = (2n+1)\frac{\pi}{2K} = (2n+1)\frac{\cancel{\pi}}{2} \times \frac{\lambda}{2\cancel{\pi}} = (2n+1)\frac{\lambda}{4}$

عبارة البطون هي (0,25) $\boxed{x = (2n+1)\frac{\lambda}{4}}$

من أجل :

$n = 0 \Rightarrow \boxed{x = \frac{\lambda}{4}}$ (0,25)

$n = 1 \Rightarrow \boxed{x = \frac{3\lambda}{4}}$ (0,25)

* العقد: $A(x) = 0$ (0.25)

$A(x) = 2A \sin Kx = 0 \Rightarrow \sin Kx = 0$

ومنه

(0.1) $Kx = n\pi \Rightarrow x = \frac{n\pi}{K} = \frac{n\cancel{\pi}\lambda}{2\cancel{\pi}}$

(0.1) $\boxed{x = n\frac{\lambda}{2}}$ عبارة العقد:

مثال:

$n = 0 \Rightarrow \boxed{x = 0}$ (0.1)

$n = 1 \Rightarrow \boxed{x = \frac{\lambda}{2}}$ (0.1)