جامعة الشهيد حمة لخضر بالوادي كلية العلوم الدقيقة

قسم الاعلام الالي السنة الثالثة

مقياس إحصاء و احتمالات المدة: ساعة

الاسم و اللقب: الفوج:

لكل شيء في العلوم أصل ، إذا حفظت الأصل فهو سهل. وفرعه فصل و فيه فصل،فقدم الاصل تفز بالظفر

أجب بوضوح وباختصار فالتحرير الجيد يؤخذ بعين الاعتبار

التمرين الأول: 5ن

تشير الاحصائيات السابقة انه في المتوسط يتوقف 6 طلاب عن الدراسة كل سنة في قسم الاعلام الالي

1- أكتب قانون احتمال المتغير العشوائي البواسوني

2- ما احتمال توقف أقل تماما من طالبين عن الدراسة خلال سنة

/1° $X \sim \mathcal{P}(\lambda)$

$P(X=k) = \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}$; $k \in \mathbb{N}$

/2° نفرض المتغير العشوائي X يمثل توقف طالب عن الدراسة بقسم الاعلام الآلي خلال سنة

$X \sim \mathcal{P}(6)$

$P(X<2) = P(X=0) + P(X=1)$

$= \frac{6^0}{0!} e^{-6} + \frac{6^1}{1!} e^{-6}$

$= 7 e^{-6} \simeq$

التمرين الثاني: 8ن

نعتبر الدالة f المعرفة كمايلي:

$$f(x,y) = \begin{cases} k\left(\frac{1}{x^2}+y^2\right) & ; 1 \leq x \leq 5 \text{ و } -1 \leq y \leq 1 \\ 0 & ; \text{خلاف ذلك} \end{cases}$$

1- حدد قيمة العدد الحقيقي k حتى تكون f كثافة احتمال لثنائية المتغيرين العشوائيين المستمرين (X,Y)

2- احسب الكثافة الهامشية للمتغيرين X و Y

/1° تعيين k حتى تكون f كثافة احتمال :

a) $f(x,y) \geq 0 \Rightarrow k \geq 0$

b) $\int_{\mathbb{R}^2} f(x,y)\,dx\,dy = 1 \Rightarrow k\int_{-1}^{1}\int_{1}^{5}\left(\frac{1}{x^2}+y^2\right)dx\,dy = 1$

$k\int_{-1}^{1}\left[\frac{1}{x}+y^2x\right]_1^5 dy = 1 \Rightarrow k\left[\frac{4}{5}y+\frac{4}{3}y^3\right]_{-1}^{1} = 1$

$k \times \frac{64}{15} = 1 \Rightarrow k = \frac{15}{64}$

/2° الكثافة الهامشية

$f(x) = \int_{-1}^{1} f(x,y)\,dy = \frac{15}{64}\int_{-1}^{1}\left(\frac{1}{x^2}+y^2\right)dy$

$f(x) = \frac{15}{64}\left[\frac{1}{x^2}y+\frac{y^3}{3}\right]_{-1}^{1} = \frac{15}{64}\left(\frac{2}{x^2}+\frac{2}{3}\right)$

$$f(x) = \begin{cases} \frac{30}{64}\left(\frac{1}{x^2}+\frac{1}{3}\right) & ; x \in [1,5] \\ 0 & \text{خلافه} \end{cases}$$

$f(y) = \int_{1}^{5} f(x,y)\,dx = \frac{15}{64}\int_{1}^{5}\left(\frac{1}{x^2}+y^2\right)dx$

$= \frac{15}{64}\left(-\frac{1}{x}+y^2x\right]_1^5 = \frac{15}{64}\left(\frac{4}{5}+4y^2\right)$

$$f(y) = \begin{cases} \frac{60}{64}(1+y^2) & ; y \in [-1,1] \\ 0 & \text{خلافه} \end{cases}$$

التمرين الثالث: 7ن

اذا تم سحب عينة عشوائية من 25 جهاز حاسوب لمعرفة متوسط العمر حسب ساعات التشغيل فوجد ان متوسط ساعات العمل هو 3500 ساعة بانحراف معياري 400 ساعة تشغيل.

1- حد تقديرا بمجال ثقة لمتوسط ساعات التشغيل عند درجة ثقة 95% علما انها تتوزع طبيعيا.

2- اذا علمت ان الصانع يدعي ان متوسط ساعات التشغيل لا تقل عن 3700 ساعة

هل تؤيد ادعاء الصانع ؟

$1°$ $X \sim N(\mu, \sigma) \rightarrow t = \frac{\bar{X}-\mu}{s/\sqrt{n}} \sim t_{n-1}$

$I.C$: $P(\bar{X} - t_{1-\frac{\alpha}{2},n-1} \frac{s}{\sqrt{n}} < \mu < \bar{X} + t_{1-\frac{\alpha}{2},n-1} \frac{s}{\sqrt{n}}) = 0{,}95$

لدينا $t_{1-\frac{\alpha}{2},n-1} = 2{,}063$

حيث $\alpha = 0{,}05$, $n = 25$

ومنه $I.C = [3319 ; 3681]$

$2°$ $\mu = 3700$, $\bar{X} = 3500$, $n = 25$, $S = 400$

$$\begin{cases} H_0 : \mu \geq 3700 \\ H_1 : \mu < 3700 \end{cases}$$

$t = \frac{\bar{X}-\mu}{S}\sqrt{n} = \frac{3500-3700}{400} \times \sqrt{25}$

المحسوبة $t = -2{,}5$

الجدولية $\alpha = 5\% \Rightarrow t_{\alpha,n-1} = t_{0{,}05,24} = 1{,}71$

وبما أن $t < t_\alpha$

فإن : رفض H_0 وقبول H_1

لا يمكن قبول إدعاء الصانع