$\forall x=(x_1,x_2,x_3,x_4)\in\mathbb{R}^4=E$ تصحيح تمرين 4.   (2

$$q(x)=2x_1x_3-2x_1x_2+6x_1x_4-4x_2x_3+3x_3x_4$$

$$q(x)=(2x_1-4x_2+3x_4)(x_3-x_2+3x_4)-4x_2^2+3x_2x_4+12x_2x_4-9x_4^2$$

$$=(2x_1-4x_2+3x_4)(x_3-x_2+3x_4)-4x_2^2+15x_2x_4-9x_4^2$$

$$=\frac{1}{4}\left[(2x_1-5x_2+6x_4)^2-(2x_1-3x_2-x_3)^2\right]-4\left(x_2^2-\frac{15}{4}x_2x_4\right)-9x_4^2$$

$$=\left(\frac{2x_1-5x_2+6x_4}{2}\right)^2-\left(\frac{2x_1-3x_2-x_3}{2}\right)^2-4\left[x_2^2-2\,\frac{15}{8}x_2x_4\right]-9x_4^2$$

$$=\left(\frac{2x_1-5x_2+6x_4}{2}\right)^2-\left(\frac{2x_1-3x_2-x_3}{2}\right)^2-4\left(x_2-\frac{15}{8}x_4\right)^2+4\left(\frac{15}{8}x_4\right)^2-9x_4^2$$

$$=\left(\frac{2x_1-5x_2+6x_4}{2}\right)^2-\left(\frac{2x_1-3x_2-x_3}{2}\right)^2-4\left(x_2-\frac{15}{8}x_4\right)^2-\frac{81}{16}x_4^2 \quad (4)$$

$$q(x)=\frac{1}{4}(2x_1-5x_2+6x_4)^2-\frac{1}{4}(2x_1-3x_2-x_3)^2-4\left(x_2-\frac{15}{8}x_4\right)^2$$

• وهذه أشكال تربيعية أخرى بعبارة أشكال خطية

$l_1(x)=2x_1-5x_2+6x_4$ (2)

$l_2(x)=2x_1-3x_2-x_3$

$l_3(x)=x_2-\frac{15}{8}x_4$ $\text{rang}\, q(x)=4$ (1,5)

$l_4(x)=x_4$ $\text{Sig}\, q=(1,3)$ (1,5)

$$\begin{vmatrix}2&2&0&0\\5&-3&1&0\\6&-1&0&0\\0&0&-\frac{15}{8}&1\end{vmatrix}=2\begin{vmatrix}-3&1&0\\-1&0&0\\0&-\frac{15}{8}&1\end{vmatrix}+2\begin{vmatrix}5&1&0\\6&0&0\\0&-\frac{15}{8}&1\end{vmatrix}=-10\neq0 \quad (1)$$

[illegible]

نموذج الإجابة مع توزيع الدرجات لمادة: جبر - 4 -

ج 1)

I إثبات أنه خطية، $\forall P, \ell, Q \in \mathbb{R}[x] \quad \forall \lambda \in \mathbb{R}$.

1) $\varphi(P+\lambda\ell, Q) = \int_0^1 t(P+\lambda\ell)(t)\, Q(t)\, dt$

$= \int_0^1 t\, P(t)\, Q(t)\, dt + \lambda \int_0^1 t\, \ell(t)\, Q(t)\, dt = \varphi(P, Q) + \lambda\varphi(\ell, Q)$

2) $\varphi(P, \lambda\ell + Q) = \int_0^1 t\, P(t)\,(\lambda \ell(t) + Q(t))\, dt$

$\varphi(P, \lambda\ell + Q) = \int_0^1 t\, P(t)\, \lambda \ell(t)\, dt + \int_0^1 t\, P(t)\, Q(t)\, dt$

$= \lambda\varphi(P, \ell) + \varphi(P, Q)$

من ① و ② إذن φ ثنائي خطية.

(3)

II φ ليست تناظرية لأن:

$\varphi(P, Q) = \int_0^1 t\, P(t)\, Q(t)\, dt$

$\varphi(Q, P) = \int_0^1 t\, Q(t)\, P(t)\, dt$

$\varphi(P, Q) \neq \varphi(Q, P)$,

(2)

III) $B = \{u_1 = x,\ u_2 = x+1,\ u_3 = x^2+1\}$.

مصفوفة φ بالنسبة للأساس B.

$\varphi(u_1, u_1) = \int_0^1 t\, t(t)\, dt = \frac{1}{3}$, $\varphi(u_1, u_2) = \int_0^1 t\, t(t+1)\, dt = \frac{1}{3}$.

$\varphi(u_1, u_3) = \int_0^1 t\, t(t^2+1)\, dt = \frac{1}{2}$, $\varphi(u_2, u_1) = \frac{5}{6}$

(3)

$\varphi(u_2, u_2) = \frac{5}{6}$, $\varphi(u_2, u_3) = \frac{7}{6}$, $\varphi(u_3, u_1) = \frac{3}{4}$

$\varphi(u_3, u_2) = \frac{3}{4}$, $\varphi(u_3, u_3) = \frac{16}{15}$

إذن مصفوفة φ هي:

$$M_B(\varphi) = \begin{pmatrix} \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{2} \\ \frac{5}{6} & \frac{5}{6} & \frac{7}{6} \\ \frac{3}{4} & \frac{3}{4} & \frac{16}{15} \end{pmatrix}$$

(2)