جامعة الوادي
المقياس: طرق عددية
السداسي الثالث
المدة: 1ساعة

كلية العلوم الدقيقة

قسم الاعلام الآلي
السنة الثانية
السنة الجامعية : 2021/2022
الدورة العادية

اللقب: .... الاسم: .... الفوج: ...... رقم التسجيل: ....

تصحيح امتحان في مقياس طرق عددية

تمرين 1: (8 نقاط)
نعتبر العدد x حيث:

$$x = \frac{11}{17} = 0.64705882352941..............$$

و لتكن x^* قيمة مقربة للعدد x حيث: $x^* = 0.6480478$
أوجد مع التعليل كل الأرقام الدالة المضبوطة للقيمة المقربة x^* (Tous les chiffres significatifs exacts).

$\Delta X = |X - X^*| = 9,8897 \times 10^{-4} > 0,5 \times 10^{-4} \Rightarrow$ le 4ième chiffre n'est pas exact. 01

$9,88 \times 10^{-4} > 9,88 \times 10^{-5} > 9,88 \times 10^{-6} > 9,88 \times 10^{-7} > 0,5 \times 10^{-7}$, donc les 5ième, 6ième, 7ième chiffres après la virgule ne sont pas exacts. 01 01 01

$\Delta X = 0,9 \times 10^{-3} > 0,5 \times 10^{-3} \Rightarrow$ le 3ième chiffre n'est pas exact 01

$\Delta X = 0,09 \times 10^{-2} < 0,5 \times 10^{-2} < 0,5 \times 10^{-1} < 0,5 \times 10^{0}$
donc les $\{0,6,4\}$ sont exacts
01 01 01

تمرين 2: (12 نقطة)
نعتبر جملة المعادلات الخطية الآتية:

$$\begin{cases} -x + y + 2z &= 1 \\ 3x - y - 2z &= -2 \\ -x + 5y + z &= 3 \end{cases}$$

1) حل الجملة السابقة بطريقة غوص (Méthode de Gauss).
2) حل الجملة السابقة بطريقة التفكيك إلى جداء LU (Méthode de décomposition en LU).

1) الحل بطريقة غوص

$$\overset{(1)}{\left(\begin{array}{ccc|c} -1 & 1 & 2 & 1 \\ 3 & -1 & -2 & -2 \\ -1 & 5 & 1 & 3 \end{array}\right)} \rightarrow \overset{(2)}{\left(\begin{array}{ccc|c} -1 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 2 & 4 & 1 \\ 0 & 4 & -1 & 2 \end{array}\right)} \rightarrow \overset{(3)}{\left(\begin{array}{ccc|c} -1 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 2 & 4 & 1 \\ 0 & 0 & -9 & 0 \end{array}\right)}$$

01 01 01

ومنه :

$-9z = 0 \Leftrightarrow \boxed{z = 0}$ 01

$2y + 4z = 1 \Leftrightarrow 2y + 0 = 1 \Leftrightarrow \boxed{y = \frac{1}{2}}$ 01

$-x + y + 2z = 1 \Leftrightarrow x = y + 2z - 1 = \frac{1}{2} + 0 - 1 = -\frac{1}{2}$

$\Leftrightarrow \boxed{x = -\frac{1}{2}}$ 04

ومنه

$\boxed{x = -\frac{1}{2}, y = \frac{1}{2}, z = 0}$

ع) طريقة التفكيك إلى جداء LU :

لدينا :

$$U=\begin{pmatrix}-1 & 1 & 2\\ 0 & 2 & 4\\ 0 & 0 & -9\end{pmatrix},\ L=\begin{pmatrix}1 & 0 & 0\\ -3 & 1 & 0\\ 1 & 2 & 1\end{pmatrix}$$

حيث :

$$l_{21}=\frac{a_{21}^{(1)}}{a_{11}^{(1)}}=\frac{3}{-1}=\boxed{-3},\ l_{31}=\frac{a_{31}^{(1)}}{a_{11}^{(1)}}=\frac{-1}{-1}=\boxed{+1}$$

$$l_{32}=\frac{a_{32}^{(2)}}{a_{22}^{(2)}}=\frac{4}{2}=\boxed{2}$$

بما أن $A=LU$ فإن :

$$AX=B \Leftrightarrow LUX=B$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} Ly=B\\ UX=y\end{cases}$$

نحل الجملة الأولى $Ly=B$:

$$Ly=B \Leftrightarrow \begin{pmatrix}1 & 0 & 0\\ -3 & 1 & 0\\ 1 & 2 & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}y_1\\ y_2\\ y_3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1\\ -2\\ 3\end{pmatrix}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y_1=1\\ y_2=-2+3y_1=1\\ y_3=3-y_1-2y_2=0\end{cases}$$

نحل الجملة الثانية $UX=y$:

$$UX=y \Leftrightarrow \begin{pmatrix}-1 & 1 & 2\\ 0 & 2 & 4\\ 0 & 0 & -9\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x\\ y\\ z\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1\\ 1\\ 0\end{pmatrix}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -9z=0 \Leftrightarrow z=0\\ 2y+4z=1 \Leftrightarrow y=\frac{1}{2}\\ -x+y+2z=1 \Leftrightarrow x=-\frac{1}{2}\end{cases}$$

ومنه

$$\begin{pmatrix}x\\ y\\ z\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-1/2\\ 1/2\\ 0\end{pmatrix}$$

بالتوفيق