

الإجابة النموذجية لاختبار مقياس تحليل المعطيات

التمرين الأول (11 نقطة): لديك جدول المعطيات الكمية الموالي:

	Service	Qualité	Prix
E1	-2	3	-1
E2	-1	1	0
E3	2	-1	-1
E4	1	3	2

1. أحسب المتوسطات والمصفوفة الممركزة (2 ن).

$$\bar{x}_1 = 0 \quad . \quad \bar{x}_2 = 1.5 \quad . \quad \bar{x}_3 = 0$$

$$X_c = \begin{bmatrix} -2 & 1.5 & -1 \\ -1 & -0.5 & 0 \\ 2 & -2.5 & -1 \\ 1 & 1.5 & 2 \end{bmatrix}$$

2. أحسب التباين والتباين المشترك بين الثنائيات وأكمل المصفوفة V (2 ن).

المصفوفة متناظرة، نحسب فقط التباين للثنائية الأولى من المصفوفة:

$$V = \begin{bmatrix} 2 & 1.333 & 0.667 \\ 1.333 & 3.666 & -2 \\ 0.667 & -2 & 3.333 \end{bmatrix} \quad \text{Cov}(X, X) = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N (x_{ij} - \bar{x}_j)^2$$

$$\frac{1}{4}((-2-0)^2 + (-1-0)^2 + (2-0)^2 + (1-0)^2) = 2$$

3. حدد طريقة المركبات الرئيسية المستخدمة في التحليل، البسيطة أم المرجحة (3 ن).

نحسب الانحراف المعياري: $s = \sqrt{v}$, $s_1 = \sqrt{2}$, $s_2 = \sqrt{3.666}$, $s_3 = \sqrt{3.333}$, لدينا:

$$S = s_{MAX}/s_{MIN} = 1.91/1.41 < 5$$

نستخدم طريقة التحليل بالمركبات الرئيسية البسيطة.

4. أحسب التباين الكلي (I) لمصفوفة التباين والتباين المشترك (0.5 ن).

التباين الكلي = أثر المصفوفة V،

$$I = \text{trac}(V) = 2 + 3.666 + 3.333 = 8.999.$$

5. إذا كانت القيمة الذاتية الأولى والثانية على التوالي:

$$\lambda_1 = 0.308, \lambda_2 = 3.095$$

استنتج القيمة الذاتية الثالثة، وحدد عدد المركبات التي تأخذ في التحليل حسب محك كايزر، وبين موثوقية المركبات الرئيسية

(3.5 ن).

- القيمة الذاتية الثالثة:

$$\lambda_3 = 8.999 - (0.308 + 3.095) = 5.59.$$

- حسب محك كايزر نحسب متوسط القيم الذاتية، ونقارنه مع القيم الذاتية، والقيمة التي تقل عن المتوسط لا تأخذ.
 $\bar{\lambda} = 8.999/3 = 2.99$.

وعليه، نأخذ مركبتين فقط.

- موثوقية المركبات الرئيسية: تكون المركبات الرئيسية المتحصل عليها جيدة وكافية لإعطاء صورة واضحة عن سحابة النقاط في المخطط العاملي إذا كانت نسبة التباين الكلي المفسر بالمركبات الرئيسية أكبر من 75 في المائة.

$$\frac{\lambda_i}{\sum_{i=1}^p \lambda_i}$$

$$5.59/8.999 * 100 = 62.11\%. \quad 3.095/8.999 * 100 = 34.39\%.$$

المركبتين معا تفسران 96.5% من التباين الكلي (96.5=34.39+62.11)، ومنه فالمركبتين كافيتين.
التمرين الثاني (9 نقاط): قمنا بسبر للآراء لـ 264 فردا، بطرح سؤالين (A1, Q1)، حيث كل فرد يقوم باختيار خاصية واحدة من بين أربع خاصيات لكل سؤال، فتحصلنا على الجدول التالي:

	A1	A2	A3	المجموع
Q1	13	142	106	261
Q2	30	408	117	555
Q3	241	573	94	908
المجموع	284	1123	317	1724

1. أحسب مصفوفة الاحتمالات، وعلق على القيمة الاحتمالية للعنصرين X_{11} , X_{32} (3 ن).

$$f_{ij} = \frac{x_{ij}}{n}$$

$$\begin{bmatrix} 0.0075 & 0.0823 & 0.0614 \\ 0.0174 & 0.237 & 0.0678 \\ 0.1397 & 0.3323 & 0.0545 \end{bmatrix}$$

احتمال اختيار الأفراد للخاصية x11 ضعيف جدا، وأقل من المتوسط للخاصية x32.

2. أحسب مؤشر التجاذب والتنافر، d_{13} , d_{32} , d_{22} ، وعلق على النتائج (3 ن).

$$d_{ij} = \frac{n_{ij} / n_{.j}}{n_{i.} / n_{..}}$$

$$d_{13} = \frac{106/317}{261/1724} = 2.21. \quad d_{32} = 0.97, \quad d_{22} = 1.12.$$

ومنه: q1 و a3 تتجاذب، q3 و a2 تتنافر، q2 و a2 تتجاذب.

3. أكمل الجدول، وهل يمكن القول أنّ هناك ارتباط بين السؤال الأول والثاني (3 ن).

	A1	A2	A3	المجموع
Q1	20.92	4.61	70.08	95.62
Q2	41.24	5.97	2.17	49.40
Q3	55.84	0.58	31.88	88.30
المجموع	118.01	11.16	104.13	233.31

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^p \frac{(n_{ij} - (n_{i.}n_{.j}/n_{..}))^2}{n_{i.}n_{.j}/n_{..}}$$

من الجدول نلاحظ أن قيمة كاي تربيع المحسوبة تساوي 233.31، نقارنها بكاي تربيع الجدولية عند مستوى دلالة 0.05 فأقل، ودرجات حرية $r=(3-1*3-1)=4$. القيمة الجدولية لكاي تربيع 9.48، وبما أن قيمة كاي تربيع المحسوبة تقع ضمن منطقة رفض فرضية العدم، أكبر من القيمة الجدولية، فإن هناك ارتباط بين الأسطر والأعمدة.
قيمة كاي تربيع الجدولية عند مستوى دلالة 0.05 ودرجات حرية 4 تساوي 9.48.

بالتوفيق