التمرين 01 :

1/ الطاقة الكامنة :

$E_p = \frac{1}{2} k y^2$ (0,5)

الطاقة الحركية :

$T = T_{\text{انتقالية}} + T_{\text{دورانية}}$

$= \frac{1}{2} M \dot{y}^2 + \frac{1}{2} J \dot{\theta}^2$ (0,5)

$= \frac{1}{2} M \dot{y}^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} M R^2\right) \dot{\theta}^2$

لدينا : $R\theta = y \Rightarrow \dot{y} = R\dot{\theta}$ (0,25) (0,25)

$\Rightarrow T = \frac{3}{4} M \dot{y}^2$ (0,5)

دالة التبدد :

$D = \frac{1}{2} \alpha \dot{y}^2$ (0,5)

2/ استنتاج طبيعة الحركة :

$L = T - U$ (0,25)

$= \frac{3}{4} M \dot{y}^2 - \frac{1}{2} k y^2$ (0,25)

لاغرانج :

$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{y}}\right) - \frac{\partial L}{\partial y} = -\frac{\partial D}{\partial \dot{y}}$ (0,5)

$\Rightarrow \ddot{y} + \frac{2\alpha}{3M} \dot{y} + \frac{2k}{3M} y = 0$ (1)

وهي المعادلة التفاضلية للحركة.

وهي من الشكل :

$\ddot{y} + 2\delta \dot{y} + \omega_0^2 y = 0$ (0,5)

حيث : $2\delta = \frac{2\alpha}{3M}$, $\omega_0^2 = \frac{2k}{3M}$

$\Rightarrow \delta = \frac{\alpha}{3M}$, $\omega_0 = \sqrt{\frac{2k}{3M}}$ (0,25) (0,25)

3/ لدينا : $\omega_0 = \sqrt{\frac{2k}{3M}}$

A.N : $\omega_0 = \sqrt{\frac{2 \times 4}{3 \times 0,1}} = 5,16 \text{ rad/s}$ (0,5)

شرط الاهتزاز للجمل المتخامدة هو :

$\delta < \omega_0$ (0,5)

$\delta < \omega_0 \Leftrightarrow \frac{\alpha}{3M} < \sqrt{\frac{2k}{3M}}$

$\Rightarrow \alpha < \sqrt{6.k.M}$ (0,25)

A.N :

$\alpha < \sqrt{6 \times 4 \times 0,1}$

$\alpha < 1,55 \text{ N.s/m}$ (0,5)

4/ شبه الاستقرار تكون الحركة شبه دورية واسعة تناقص بـ $Ae^{-\delta t}$ (تناقص متغير) (0,5)

لدينا :

$Ae^{-\delta'(t+5T'_A)} = \frac{1}{2} Ae^{-\delta' t}$ (0,5)

$\Rightarrow 5\delta' T'_A = \ln 2$

$\Rightarrow \frac{5\delta' 2\pi}{\sqrt{\omega_0^2 - \delta'^2}} = \ln 2$

$\Rightarrow \delta' = \frac{\omega_0 \ln 2}{\sqrt{(100\pi)^2 + (\ln 2)^2}}$

1.6 معادلة الحركة للنقطة M

A من المنبع : A

A منبع، معادلة حركته

$y_A = 4 \sin \omega t$

$\omega = 2\pi f$ (0,25) : لدينا

$= 2\pi \times 0,05$

$= 0,1\pi$

$\omega = \frac{\pi}{10} \frac{rad}{s}$ (0,25)

إذن : $y_A = 4 \sin \frac{\pi}{10} t$ (0,5)

إن معادلة الحركة للنقطة P بعد

بالمسافة x عن المنبع A تكتب بالشكل

$y = 4 \sin\left(\frac{\pi}{10} t - kx\right)$ (0,5)

لدينا : (0,25)

$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{0,3}$

$k = 20,94 \ m^{-1}$ (0,25)

لدينا : $x = 2 \ mm$

$\Rightarrow k.x = 41,9$

إذن : $y_P = 4 \sin\left(\frac{\pi}{10} t - 41,9\right) (cm)$

(0,25)