قسم الكيمياء	جامعة الشهيد حمه لخضر الوادي	كلية العلوم الدقيقة
2022/01/20	التوقيت: 1 سا	السنة الثانية كيمياء
	تصحيح امتحان الدورة العادية للرياضيات التطبيقية	

السؤال الأول(03): باستخدام الاحداثيات القطبية احسب التكامل التالي:

$$\iint_D y\,dxdy \quad \text{حيث} \quad D=\{(x,y)\in IR^2 : y\geq 0..,x+y\leq 1\}$$

الاجابة:

أي $D=\{(x,y)\in IR^2 : 1\geq y\geq 0..,0\leq x\leq 1-y\}$ 1

و بالتالي $\iint_D y\,dxdy=\int_0^1\left(\int_0^{1-y} y\,dx\right)dy=\int_0^1 y(1-y)dy=\left[\frac{y^2}{2}-\frac{y^3}{3}\right]_0^1=\frac{1}{6}$ 2

السؤال الثاني(05): باستخدام الاحداثيات القطبية احسب التكامل التالي:

$$\iint_D y\,dxdy \quad \text{حيث} \quad D=\{(x,y)\in IR^2 : y\geq 0..,x^2+y^2-x\leq 0\}$$

الاجابة:

نعلم بأن $x=r\cos\theta$ و $y=\sin\theta$ ومنه $x^2+y^2=r^2\leq r\cos\theta \Leftarrow r\leq\cos\theta$ 1

كذلك $dxdy=rdrd\theta$ و بالتالي: $D'=\{(r,\theta)\in IR^2 : 0\leq\theta\leq\pi,,0\leq r\leq\cos\theta\}$ ...1

إذن

$$\iint_D y\,dxdy=\iint_{D'} r^2\sin\theta drd\theta=\int_0^{\pi/2}\sin\theta\left(\int_0^{\cos\theta} r^2dr\right)d\theta$$ 1

$$=\int_0^{\pi/2}\sin\theta\left[\frac{r^3}{3}\right]_0^{\cos\theta}d\theta=\frac{1}{3}\int_0^{\pi/2}\cos^3\theta\sin\theta d\theta=\frac{1}{3}\left[-\frac{\cos^4\theta}{4}\right]_0^{\pi/2}=\frac{1}{12}$$ 2

السؤال الثالث(05): - باستخدام الاحداثيات الاسطوانية احسب التكامل الثلاثي التالي:

$$\iiint_V dxdydz \quad \text{علما أن} \quad V=\{(x,y,z)\in IR^3 : x^2+y^2\leq 1,\sqrt{x^2+y^2}\leq z\leq 2-x^2-y^2\}$$

الاجابة:

من تصحيح التمرين السابق نستنتج أن $0\leq r\leq 1$ و $r\leq z\leq 2-r^2$ 1

و بالتالي: $V'=\{(r,\theta,z)\in IR^3 : 0\leq r\leq 1,r\leq z\leq 2-r^2\}$ 1

$$\iiint_V dxdydz=\iiint_{V'} rdrd\theta dz=\int_0^{2\pi}\left(\int_0^1\left(\int_r^{2-r^2}dz\right)dr\right)d\theta=\int_0^{2\pi}\left(\int_0^1[z]_r^{2-r^2}dr\right)d\theta$$ 1.5

1.5.................. $= \int_0^{2\pi}\left(\int_0^1 \left(2-r^2-r\right)dr\right)d\theta = \int_0^{2\pi}\left[2r-\frac{r^3}{3}-\frac{r^2}{2}\right]_0^1 d\theta = \frac{7}{6}\int_0^{2\pi} d\theta = \frac{7\pi}{3}$

السؤال الرابع(07): - ادرس السلاسل العددية المعرفة بعبارة حدها العام كالتالي:

$$F_n = n^2 \sin\left(\frac{\pi}{2^n}\right) \quad ، U_n = \left(\frac{2n+1}{3n+4}\right)^n ، \quad V_n = (-1)^n \frac{n^3}{n!} \quad ، W_n = a^{-n}, a>0$$

الاجابة:

- السلسلة ذات الحد العام W_n تمثل سلسلة هندسية و بالتالي:

إذا كان الاساس $a>1$ فهي متقاربة ، و إذا كان الاساس $a<1$ تكون متباعدة، أما إن كان $a=1$ تكون

$W_n = 1^{-n} = 1$ و $\lim\limits_{n\to+\infty} W_n = 1 \neq 0$ و بالتالي السلسلة ذات الحد العام W_n متباعدة.........................2

- لدينا $\left|V_n\right| = \frac{n^3}{n!}$ باستعمال مقياس دالنبير

1.5........... $\lim\limits_{n\to+\infty}\frac{\left|V_{n+1}\right|}{\left|V_n\right|} = \lim\limits_{n\to+\infty}\frac{(n+1)^3}{(n+1)!}\times\frac{n!}{n^3} = \lim\limits_{n\to+\infty}\frac{1}{n+1}\left(\frac{n+1}{n}\right)^3 = 0\times 1 = 0$

و منه السلسلة متقاربة مطلقا فهي متقاربة

- باستخدام مقياس كوشي $\lim\limits_{n\to+\infty}\sqrt[n]{U_n} = \lim\limits_{n\to+\infty}\frac{2n+1}{3n+4} = \frac{2}{3} < 1$ فهي متقاربة.....................1.5

- باستعمال مقياس دالنبير

1....................... $\lim\limits_{n\to+\infty}\frac{\left|F_{n+1}\right|}{\left|F_n\right|} = \lim\limits_{n\to+\infty}\frac{(n+1)^2}{n^2}\times\frac{\left|\sin\left(\pi/2^{n+1}\right)\right|}{\left|\sin\left(\pi/2^n\right)\right|}$

0.5.. $\cong \lim\limits_{n\to+\infty}\left(\frac{n+1}{n}\right)^2\frac{\pi/2^{n+1}}{\pi/2^n} = 1\times\frac{1}{2} = \frac{1}{2}$

فهي مقاربة مطلقا و بالتالي متقاربة..0.5