

Examen de S1

Questions :

1. Définir la logique floue.

La logique floue est une extension de la logique booléenne créée par le professeur ZADEH en 1965 en se basant sur sa théorie mathématique des ensembles flous.

2. Citer les opérateurs flous et donner leurs équations.

<i>Le complément</i>	$\mu_{\neg A}(x) = 1 - \mu_A(x)$
<i>L'intersection</i>	$\mu_{A \cap B}(x) = \min[\mu_A(x), \mu_B(x)]$
<i>L'union</i>	$\mu_{A \cup B}(x) = \max[\mu_A(x), \mu_B(x)]$

3. Quelle est l'instruction de MATLAB pour ouvrir la fenêtre de la logique floue « FIS editor ».

>> fuzzy

4. Donner une définition d'un réseau de neurone artificiel.

Un RNA est un ensemble de neurones reliés entre eux avec une topologie spécifique d'interconnexions et une loi appropriée d'apprentissage pour adapter les poids de connexions.

5. Quelles sont les variables modifiées pendant l'apprentissage?

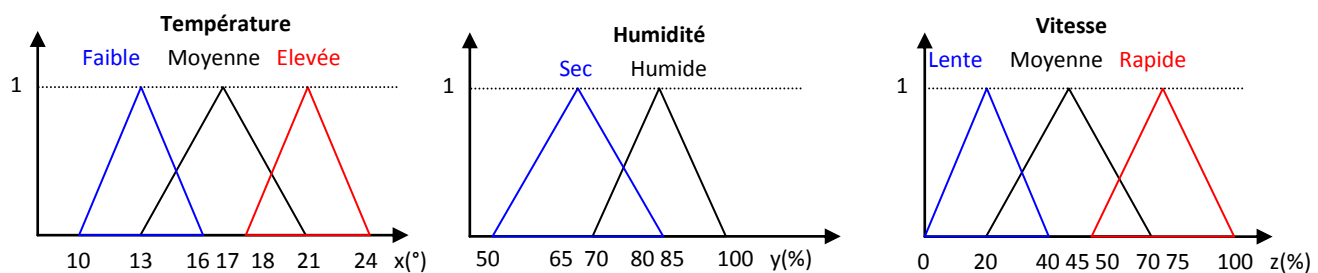
Les poids de connexions.

Exercice :

Soit un système de contrôle par logique floue d'un ventilateur de maison, ayant 2 entrées : « température, x, et humidité, y, » et une sortie « vitesse, z,». Où :

- La variable x (température (°)) a 3 ensembles flous triangulaires: Faible ∈ [10 13 16], Moyenne ∈ [13 17 21] et Elevée ∈ [18 21 24].
- La variable y (humidité (%)) a 2 ensembles flous triangulaires: Sec ∈ [50 65 85] et Humide ∈ [70 85 100].
- La variable z (vitesse (%)) a 3 ensembles flous triangulaires: Lente ∈ [0 20 40], Moyenne ∈ [20 45 70] et Rapide ∈ [50 75 100].

1. Tracez les fonctions d'appartenance des entrées et de sortie.



2. Donnez les règles floues possibles (Si Alors):

- Si "Température" est Faible et "Humidité" est Sec Alors "Vitesse" est Lente.
- Si "Température" est Faible et "Humidité" est Humide Alors "Vitesse" est Lent.
- Si "Température" est Moyenne et "Humidité" est Sec Alors "Vitesse" est Moyenne.
- Si "Température" est Moyenne et "Humidité" est Humide Alors "Vitesse" est Moyenne.
- Si "Température" est Elevée et "Humidité" est Sec Alors "Vitesse" est Rapide.
- Si "Température" est Elevée et "Humidité" est Humide Alors "Vitesse" est Rapide.

3. On prend : température $x = 14^\circ$ et humidité $y = 80\%$.

Où : $\mu(14^\circ)_{\text{Faible}} = 0.65$ et $\mu(14^\circ)_{\text{Moyenne}} = 0.25$ et $\mu(80\%)_{\text{Sec}} = 0.33$ et $\mu(80\%)_{\text{Humide}} = 0.65$

- Calculez :

$$\mu(14^\circ)_{\text{Elevé}} = 0$$

$$\mu(14^\circ)_{\text{Faible}} \cap \mu(80\%)_{\text{Sec}} = \min[0.65, 0.33] = 0.33$$

$$\mu(14^\circ)_{\text{Moyenne}} \cap \mu(80\%)_{\text{Humide}} = \min[0.25, 0.65] = 0.25$$

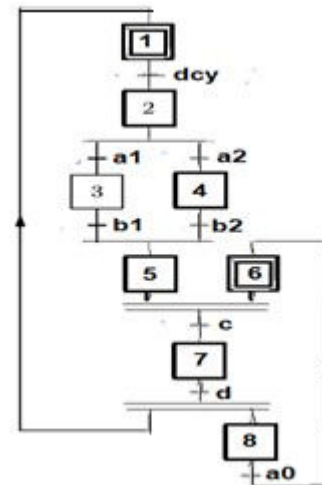
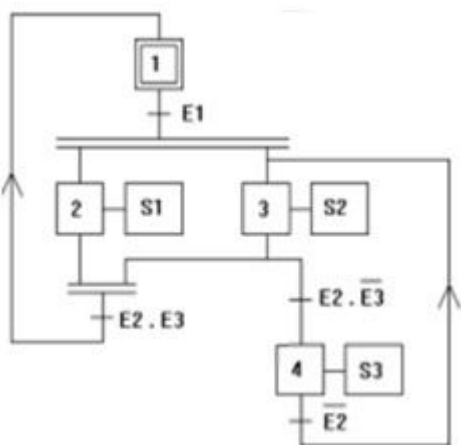
بالتوفيق والنجاح

Barème : Questions : (1). (01 pts), (2). (3 pts), (3). (01 pts), (4). (01 pts), (5). (01 pts), Exercice : (1). (04.5 pts), (2). (04.5 pts), (3). (04 pts).

Questions de cours (8 pts)

1. L'association en série de deux ventilateurs identiques donne:
 - (a) une pression doublée (b) un débit doublé (c) la même pression statique (d) le même débit
2. Dans les ventilateurs radiaux l'air est:
 - (a) aspiré parallèlement à l'axe de rotation (b) aspiré et pulsé perpendiculairement a l'axe de rotation (c) aspiré parallèlement et pulsé perpendiculairement à l'axe (d) aspirés et pulsé parallèlement à l'axe de rotation
3. La position des utilisateurs d'un ascenseur peut être obtenue par:
 - (a) bouton d'envoi (b) capteur de position (c) bouton d'appel (d) fins de course
4. Dans la méthode de "régulation par dérivation" d'un compresseur, l'air arrivant au PRV est:
 - (a) refroidi puis réinjecté (b) stocké (c) dégagé à l'atmosphère (d) chauffé puis réinjecté
5. Le variateur de vitesse pour un système de compression assure:
 - (a) minimum perte de gaz comprimé (b) haute pression (c) consommation minimale d'énergie (d) une vitesse de rotation minimale
6. Pour un ascenseur, la clé de déverrouillage sert à:
 - (a) démarrage du moteur (b) ouvrir la porte palière (c) arrêt du moteur (d) arrêt d'urgence
7. Les boutons d'envoi d'un ascenseur sont installés à :
 - (a) l'intérieur de la cabine (b) premier étage (c) machineries (d) portes palières
8. La pèse-charge dans un ascenseur est:
 - (a) un indicateur de la charge nominale (b) une alarme de surcharge (c) l'alimentation électrique nécessaire (d) le poids de la cabine vide

Exercice:(5.5pts + 6.5 pts) le diagramme *Ladder* pour Les GRAFCET 1 et 2 suivants :



1. GRAFSET 1:

Les équations d'évolution :

$$X_1 = X_3 \cdot X_2 \cdot E_2 \cdot E_3 + \overline{X_2} \cdot \overline{X_3} \cdot X_1 + \text{init}$$

$$X_2 = X_1 \cdot E_1 + \overline{X_1} \cdot X_2$$

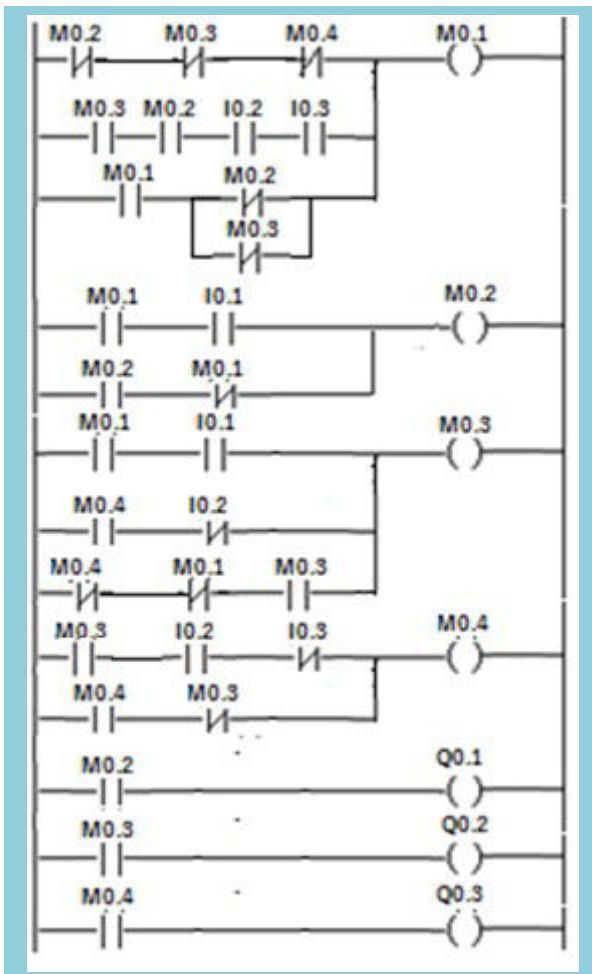
$$X_3 = X_1 \cdot E_1 + X_4 \overline{E_2} + (\overline{X_1} + \overline{X_4}) X_3$$

$$X_4 = X_3 \cdot E_2 \overline{E_3} + \overline{X_3} \cdot X_4$$

Adressage:

X1	X2	X3	X4	E1	E2	E3	S1	S2	S3
M0.1	M0.2	M0.3	M0.4	I0.1	I0.2	I0.3	Q0.1	Q0.2	Q0.3

Le diagramme Ladder



2. GRAFSET 2:

Les équations d'évolution :

$$X_1 = X_7 \cdot d + \overline{X_2} \cdot X_1 + \text{init}$$

$$X_2 = X_1 \cdot \text{dcy} + (\overline{X_3} + \overline{X_4}) \cdot X_2$$

$$X_3 = X_2 \cdot a_1 + \overline{X_5} \cdot X_3$$

$$X_4 = X_2 \cdot a_2 + \overline{X_5} \cdot X_4$$

$$X_5 = X_3 \cdot b_1 + X_4 \cdot b_2 + \overline{X_7} \cdot X_5$$

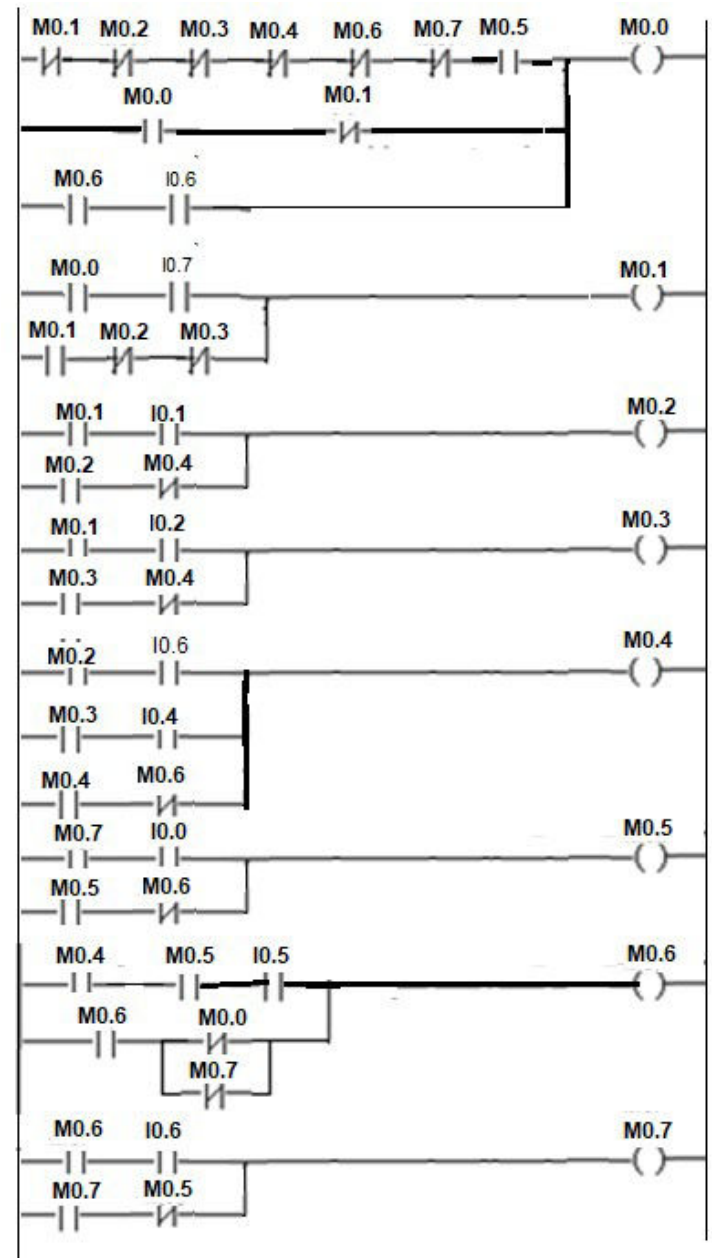
$$X_6 = X_8 \cdot a_0 + \overline{X_7} \cdot X_6 + \text{init}$$

$$X_7 = X_5 \cdot X_6 \cdot c + \overline{X_1} \cdot \overline{X_8} \cdot X_7$$

$$X_8 = X_7 \cdot d + \overline{X_6} \cdot X_8$$

X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7	X8
M0.0	M0.1	M0.2	M0.3	M0.4	M0.5	M0.6	M0.7

a0	a1	a2	b1	b2	c	d	dcy
I0.0	I0.1	I0.2	I0.3	I0.4	I0.5	I0.6	I0.7



Département de génie Electrique
Université d'El Oued

Niveau / Spécialité : 2^{ème} Année Master / Commande Electrique
Date : 18/01/2022

Examen écrit en Commande Avancée

① Questions à choix multiples (il n'y a qu'une seule bonne réponse parmi les choix) 7 pt

- Auquel ~~des~~ domaines suivants les techniques de commande avancée s'applique-t-elle ?
 - Génie mécanique et aérospatiale, Génie électrique et génie civil, Génie chimique et biomédical, Tout ce qui précède.
- Quelle est la commande la plus utilisée dans l'industrie ?
 - Commande marche-arrêt, Commande par retour d'état, Commande PID, Commande optimale, Tout ce qui précède.
- Si l'équation différentielle d'un système est: $3\dot{y}(t) + 5y(t) = 10u(t)$, alors le gain en régime permanent du système vaut:
 - 3, 5, 10, Tout ce qui précède.
- Si la fonction de transfert d'un système du premier ordre est: $G(s) = \frac{10}{s+2}$, alors la constante de temps du système est
 - 2 seconds, 10 seconds, 1/10 seconds, 2 seconds.
- Si la fonction de transfert d'un système du second ordre est: $G(s) = \frac{4}{s^2 + 2s + 16}$, alors le coefficient d'amortissement ζ du système est
 - 0.125, 0.5, 0.25, 0.1.
- Lequel des énoncés suivants est valide pour un système dynamique linéaire invariant dans le temps (LTI) ?
 - Il est décrit par une équation différentielle ordinaire à coefficients variant dans le temps,
 - Il est décrit par une équation différentielle ordinaire à coefficients invariant dans le temps,
 - Il représente tous les comportements dynamiques des systèmes physiques qui existent sur terre.
- Quel énoncé décrit le mieux une fonction de transfert ?
 - C'est une équation différentielle non linéaire qui décrit la réponse transitoire d'un système,
 - C'est une fonction mathématique unique qui relie les transformées de Laplace d'entrée et de sortie d'un système,
 - Il représente un système dynamique dans l'espace d'état.

Exercice : On considère le système régi par l'équation d'état :

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -2 & -5 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u \text{ et } y = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} x$$

② 1. Vérifier la commandabilité et l'observabilité de système

Commandabilité: $\Rightarrow \text{rang}(M_c) = 2$

$$M_c = [B \quad AB] = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & -5 \end{bmatrix} \Rightarrow \det(M_c) = 1 \neq 0$$

$\Rightarrow \text{rang}(M_c) = 2$

Observabilité: $\Rightarrow \text{rang}(M_o) = 2$

$$M_o = \begin{bmatrix} C \\ CA \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow \det(M_o) = 1 \neq 0$$

$\Rightarrow \text{rang}(M_o) = 2$

\Rightarrow le système est observable

Page 1/2

2. Concevoir une commande par retour d'état pour ce système pour imposer un coefficient d'amortissement $\zeta = 0.6$ et un temps de stabilisation $T_s = 0.5$ seconde, sachant que $T_s = \frac{4}{\zeta \omega_n}$.

soit $\zeta = 0.6$ et $\omega_n = \frac{4}{0.6 \cdot 0.5} = 13.33$

Pour avoir $K \Rightarrow \det(P_L - A_{cl}) = \lambda^2 + 2\zeta\omega_n\lambda + \omega_n^2$

$A_{cl} = (A - BK)$

$\Rightarrow P^2 + (K_1 + 5)P + 2 + K_2 = P^2 + 16P + 178$

$\Rightarrow K_1 = 11$

$K_2 = 176$

3. Évaluer l'erreur statique pour une entrée unitaire, puis calculez le gain du pré-filtre.

$e(s) = 1 + C A_{cl}^{-1} B$

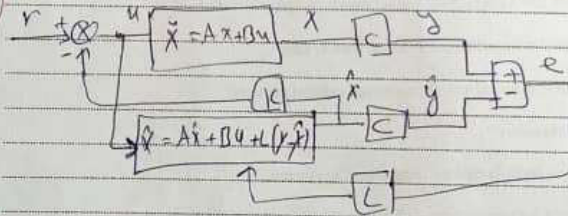
$= 0.1923 \rightarrow$ erreur statique

Le gain du pré-filtre

$N = [C(A + BK)^{-1}B]^{-1}$

$= 13$

4. Si on ajoute un observateur à plein ordre (Luenberger), dessiné le schéma fonctionnel du système + Observateur.



5. Calculer le gain (L) de l'observateur, sachant que leur comportement dynamique correspond à un système de deuxième ordre à coefficient d'amortissement $\zeta = 0.6$ et un temps de stabilisation $T_s = 0.1$ s.

soit $\zeta = 0.6$ et $\omega_n = 66.6$

$\Rightarrow \det(P_L - (A - LC)) = P^2 + 2\zeta\omega_n P + \omega_n^2$

$\Rightarrow P^2 + (5 + L_1)P + 2L_2 + 5 =$

$= P^2 + 86P + 4444$

$\Rightarrow L_1 = 75$

$L_2 = 4067$

Lequel des énoncés suivants est valide pour les machines asynchrone monophasée ?

- Elles se composent d'un rotor à cage d'écureuil
- Elles se composent d'un stator polyphasé
- Tout ce qui précède.

Suivant la figure 1, les encoches sont isolées par des feuilles de papier robuste pour :

- Empêcher tout contact électrique entre le noyau et les enroulements.
- Empêcher tout contact électrique entre les spires de l'enroulement
- Tout ce qui précède.



Figure 1: Stator d'une machine monophasée

La figure 2. montre la plaque signalétique de la machine monophasée qui contient les informations fournies par le constructeur. Suivant le catalogue du constructeur, on a la valeur du rendement de la Machine vaut $\eta = 0.7$.

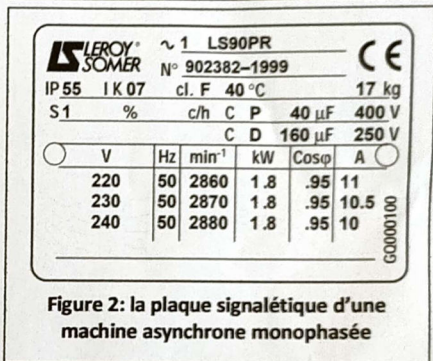


Figure 2: la plaque signalétique d'une machine asynchrone monophasée

1. Calculez la puissance électrique nominale absorbée par le moteur :

$P_a = \frac{P_u}{\eta} = \frac{187}{0.7} = 268.57 \text{ W}$

2. Calculez l'intensité nominale du courant absorbé par le moteur :

$I = \frac{P_a}{U \cdot \cos\phi} = \frac{268.57}{230 \cdot 0.95} = 1.229 \text{ A}$

3. Calculez le couple mécanique nominale utile développé par l'arbre du moteur :

$C_u = \frac{60 P_u}{2\pi n} = 5.97 \text{ Nm}$

4. Quelle est la valeur du code correspondant aux degrés de protection de la machine, qu'est-ce que cela signifie ?

IP55 → protégé contre la poussière
 IP55 → protégé contre les jets d'eau de toutes directions à la lance

Exercice :

Soit un moteur à phase auxiliaire résistive de 187 W, 1725 tr/min, 110 V, 50 Hz. Lors d'un essai à rotor bloqué, effectué à tension réduite, on obtient les lectures suivantes :

	Enroulement principale	Enroulement auxiliaire
Tension appliquée	$E = 23 \text{ V}$	$E = 23 \text{ V}$
Courant	$I_s = 4 \text{ A}$	$I_s = 1.5 \text{ A}$
Puissance active	$P_s = 60 \text{ W}$	$P_s = 30 \text{ W}$

Calculer :

1. L'angle de déphasage α entre I_s et I_a

$S_s = V_s I_s = 23 \times 4 = 92 \text{ VA}$ | $S_a = V_a I_a = 23 \times 1.5 = 34.5 \text{ VA}$ | $\alpha = \cos^{-1} \frac{P_s - P_a}{S_s - S_a} = \cos^{-1} \frac{60 - 30}{92 - 34.5} = 19.7^\circ$

2. Le courant de ligne à rotor bloqué, sous une tension de 110 V

$P_p = P_s + P_a = 90 \text{ W}$, $Q_p = Q_s + Q_a = 86.7 \text{ VAR}$ | $S = \sqrt{P_p^2 + Q_p^2} = 125.02 \text{ VA}$

$I_L = \frac{S}{U} = \frac{125.02}{110} = 1.14 \text{ A}$

EXO I (8pts) Soit le système qui est décrit par les équations différentielles suivantes :

$$\frac{dx_1}{dt} = -x_1(t - \tau) - K_1 x_2(t) \quad \text{et} \quad \frac{dx_2}{dt} = -3x_2(t) + K_2 x_1(t - \tau) - h(x_2(t)) .$$

Tel que l'élément non linéaire est donné par

$$h(x_2(t)) = \begin{cases} x_2(t)^3 & \text{si } -\Delta \leq x_2(t) \leq \Delta \\ M_0 * \text{sign}(x_2(t)) & \text{si } x_2(t) > \Delta \text{ ou } x_2(t) < -\Delta \end{cases}$$

- 1) Trouver un schéma fonctionnel correspond au système ci-dessus contenant les non linéarités.
- 2) Réduire le schéma fonctionnel trouvé précédemment sous une forme standard en déterminant la partie $L(p)$ et la transmittance équivalente $N(E_0)$ pour $\tau\omega_0 = \frac{\pi}{4}$ en utilisant la méthode du premier harmonique.
- 3) Trouver les conditions nécessaires en fonction des paramètres pour qu'un cycle limite puisse exister si on désire une amplitude $E_0 = 10$ et une fréquence $\omega_0 = 30$.

EXO II(12pts) : Soit le système dynamique qui est décrit par les équations différentielles non linéaires suivantes :

$$\begin{aligned} \frac{dx_1}{dt} &= -2x_1(t) + 5x_2(t)x_3(t) + 3u_1(t) + 2x_2(t)u_2(t) \\ \frac{dx_2}{dt} &= -3x_3(t) - x_2(t) - 5x_1(t)x_3(t) + x_1(t)u_1(t) + 5u_2(t) \\ \text{et} \quad \frac{dx_3}{dt} &= -x_3(t) - x_2(t) - C_r(t) \end{aligned}$$

Développer un régulateur pour ce système en se basant sur la théorie de la commande du mode glissant si on désire les sorties suivantes $y_1(t) = x_1(t)$ et $y_2(t) = x_3(t)$ pour les références désirées $y_{1r}(t) = 5$ et $y_{2r}(t) = 300$, respectivement si $C_r(t) = 5 + 2\sin(3t)$ et déterminer les degrés relatifs, les surfaces et les commandes équivalentes et discontinues.

$$\text{Note : } \int_a^b \sin \theta^4 d\theta = (-\cos \theta \sin \theta^3 / 4 + 3/4 (\frac{\theta}{2} - \sin 2\theta)) \Big|_a^b$$

Examen du module : Commande non lineaire (Master II: CE 25/01/2022)

جامعة الشهيد حمة لخضر

الوادي

كلية التكنولوجيا

قسم الهندسة الكهربائية

Nom:

G:

Durée:1H

EXO 1) (8pts) Soit le système qui est décrit par les équations différentielles suivantes :

$$\frac{dx_1}{dt} = -x_1(t - \tau) - K_1 x_2(t) \quad \text{et} \quad \frac{dx_2}{dt} = -3x_2(t) + K_2 x_1(t - \tau) - h(x_2(t))$$

Tel que l'élément non linéaire est donné par

$$h(x_2(t)) = \begin{cases} x_2(t)^3 & \text{si } -\Delta \leq x_2(t) \leq \Delta \\ M_0 + \text{sign}(x_2(t)) & \text{si } x_2(t) > \Delta \text{ ou } x_2(t) < -\Delta \end{cases}$$

- 1) Trouver un schéma fonctionnel correspond au système ci-dessus contenant les non linéarités.
- 2) Réduire le schéma fonctionnel trouvé précédemment sous une forme standard en déterminant la partie $L(p)$ et la transmittance équivalente $N(E_0)$ pour $\tau\omega_0 = \frac{\pi}{4}$ en utilisant la méthode du premier harmonique.
- 3) Trouver les conditions nécessaires en fonction des paramètres pour qu'un cycle limite puisse exister si on désire une amplitude $E_0 = 10$ et une fréquence $\omega_0 = 30$.

Reponses:

1) Attention sur l'écriture à partir des équations:

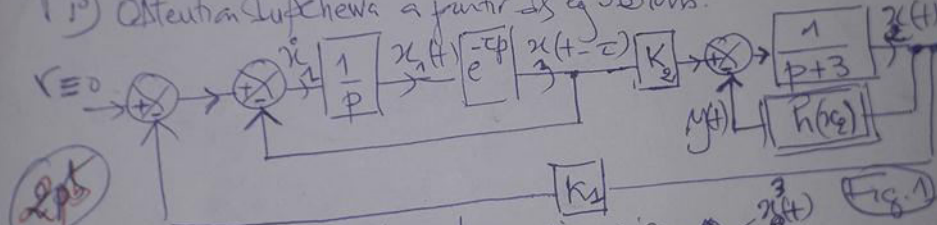
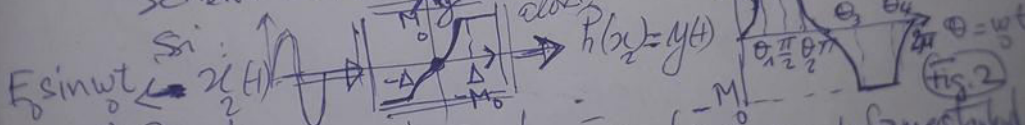
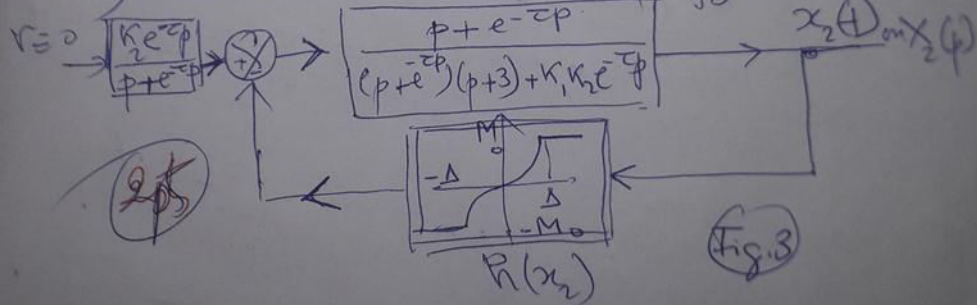


Schéma de l'élément non linéaire



2) Réduction du schéma donné par fig. 1 sous la forme standard.



Note : $\int_a^b \sin \theta^4 d\theta = (-\cos \theta \sin \theta^3 / 4 + 3/4 (\frac{\theta}{2} - \sin 2\theta)) | \frac{b}{a}$

Note : $\int_a^b \sin \theta^4 d\theta = (-\cos \theta \sin \theta^3 / 4 + 3/4 (\frac{\theta}{2} - \sin 2\theta)) | \frac{b}{a}$

Donc: $L(p) = \frac{p + e^{-\varphi}}{(p + e^{-\varphi})(p + \beta) + k_1 k_2 e^{-\varphi}}$ (2)

b) Déterminer la fonction de transfert équivalente $N(E)$ à partir de la forme du signal (fig 2), on obtient le harmonique $y(t) = h(x(t)) \approx y_{FM} \sin \omega t$ / $x(t) = E \sin \omega t$

$y_{FM} = \frac{4}{\pi} \left[\int_0^{\theta_1} E \sin \theta \sin \theta d\theta + \int_{\theta_1}^{\pi/2} E \sin \theta \sin \theta d\theta \right]$

(2pts) $= \frac{4}{\pi} \left[E \int_0^{\theta_1} \sin^2 \theta d\theta + M \int_{\theta_1}^{\pi/2} \sin \theta d\theta \right]$

$\Rightarrow N(E) = \frac{4}{\pi} \left[E \left(-\frac{\cos \theta \sin \theta}{2} + \frac{\theta}{2} \right) + M \left(\frac{\pi}{2} - \theta_1 \right) \right]$

3) Condition d'existence du cycle limite: $N(E) L(j\omega) = -1$ ayant une solution, alors

lequel: $\begin{cases} |G(E) L(j\omega)| = 1 \text{ et } \text{Arg} L(j\omega) = \pm \pi \end{cases}$

$L(j\omega) = \frac{1}{j\omega + \beta} + \frac{e^{-\varphi}}{j\omega + \beta} + \frac{e^{-\varphi}}{j\omega + \beta} + \frac{e^{-\varphi}}{j\omega + \beta}$

Avec: $\omega = 30$, $E_0 = 10$, $\varphi = \frac{\pi}{2}$, on obtient les deux conditions en fonction de k_1 et k_2

(2pts) $|G(E)| = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{2} + (30 - \frac{1}{\sqrt{2}})^2}} = 1$ et

$\left(\arctan \frac{30 - \frac{1}{\sqrt{2}}}{1/\sqrt{2}} - \arctan \frac{105 - 3/\sqrt{2} - k_1 k_2 / \sqrt{2}}{(33 - 900 + k_1 k_2) / \sqrt{2}} \right) = \pm \pi$

Note : $\int_a^b \sin \theta^4 d\theta = (-\cos \theta \sin \theta^3 / 4 + 3/4 (\frac{\theta}{2} - \sin 2\theta)) \Big|_a^b$

3

Examen du module : Commande non linéaire (Master II: CE 25/01/2022)

جامعة الشهيد حمزة لخضر.
الوادي
كلية التكنولوجيا
قسم الهندسة الكهربائية

Nom: G: Durée:1H

EXO II(12pts) : Soit le système dynamique qui est décrit par les équations différentielles non linéaires suivantes :

$$\frac{dx_1}{dt} = -2x_1(t) + 5x_2(t)x_3(t) + 3u_1(t) + 2x_2(t)u_2(t)$$

$$\frac{dx_2}{dt} = -3x_3(t) - x_2(t) - 5x_1(t)x_3(t) + x_1(t)u_1(t) + 5u_2(t)$$

et $\frac{dx_3}{dt} = -x_3(t) - x_2(t) - C_r(t)$

Développer un régulateur pour ce système en se basant sur la théorie de la commande du mode glissant si on désire les sorties suivantes $y_1(t) = x_1(t)$ et $y_2(t) = x_3(t)$ pour les références désirées $y_{1r}(t) = 5$ et $y_{2r}(t) = 300$, respectivement si $C_r(t) = 5 + 2\sin(3t)$ et déterminer les degrés relatifs, les surfaces et les commandes équivalentes et discontinues.

Solution exo II:

a) Degrés relatifs et surfaces pour les sorties $y_1 = x_1$ et $y_2 = x_3$.

* $y_1 = x_1 \rightarrow \dot{y}_1 = \dot{x}_1 = -2x_1 + 5x_2x_3 + 3u_1 + 2x_2u_2 \quad (1)$

* $y_2 = x_3 \rightarrow \dot{y}_2 = \dot{x}_3 = -x_3 - x_2 - C_r \rightarrow \ddot{y}_2 = -\dot{x}_3 - \dot{x}_2 - \dot{C}_r$

Donc $\ddot{y}_2 = 4x_3 + 2x_2 + 5x_1x_3 - x_1u_1 - 5u_2 + C_r - \dot{C}_r \quad (2)$

b) Les surfaces:

$\frac{S(x_1, x_3)}{4} = e = (10 - x_1)$ et $\frac{S(x_1, x_2, x_3)}{2} = e + d = -x_3 - x_2 - C_r + (300 - x_3)$

c) Les commandes équivalentes:

Elles sont déterminées par le conditionnement suivant!

Donc: $S_1(x) \equiv 0$ et $S_2(x) \equiv 0$

$\begin{bmatrix} 3 & 2x_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_{1eq} \\ U_{2eq} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (4+x_1)x_3 + (2+x_1)x_2 + 5x_1x_2 + C_r - \dot{C}_r \\ \beta_1(x) \\ \beta_2(x) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 - x_2 \\ -x_2 - 3 \\ 15 - 2x_1x_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_1(x) \\ \beta_2(x) \end{bmatrix}$

Donc $U_{1eq} = \frac{5\beta_1(x) - 2x_2\beta_2(x)}{15 - 2x_1x_2}$ et $U_{2eq} = \frac{-x_1\beta_1(x) + 3\beta_2(x)}{15 - 2x_1x_2}$

Note: $\int_a^b \sin \theta^4 d\theta = (-\cos \theta \sin \theta^3 / 4 + 3/4 (\frac{\theta}{2} - \sin 2\theta)) \Big|_a^b$

4) Commande discontinue :
 D'après la relation suivante $U_D = -\gamma \left[\frac{\partial S}{\partial x} g(x) \right]^{-1} \text{sign}(S(x))$
 On obtient l'expression de U_D et U

$$U_D = \begin{pmatrix} U_{D1} \\ U_{D2} \end{pmatrix} = -\gamma \begin{bmatrix} \frac{\partial S_1}{\partial x_1} & \frac{\partial S_1}{\partial x_2} & \frac{\partial S_1}{\partial x_3} \\ \frac{\partial S_2}{\partial x_1} & \frac{\partial S_2}{\partial x_2} & \frac{\partial S_2}{\partial x_3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & 2x_2 \\ x_1 & 5 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \text{sign}(S_1) \\ \text{sign}(S_2) \end{bmatrix}$$

(1/2 pt) \rightarrow

$$= -\gamma \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -(1+x_1) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & 2x_2 \\ x_1 & 5 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \text{sign}(S_1) \\ \text{sign}(S_2) \end{bmatrix}$$

(2/2 pt) \rightarrow

$$= -\gamma \begin{bmatrix} -5 \text{sign}(S_1) + 2x_2 \text{sign}(S_2) \\ x_1 \text{sign}(S_1) - 3 \text{sign}(S_2) \end{bmatrix} \frac{1}{(15 - 2x_2)}$$

Note : $\int_a^b \sin \theta^4 d\theta = (-\cos \theta \sin \theta^3 / 4 + 3/4 (\frac{\theta}{2} - \sin 2\theta)) \Big|_a^b$