جامعـــة الشهيد حمه لخضر الـــــوادي

كلية العلوم الاقتصادية والتجارية وعلوم التسيير

المقياس: اقتصاد جزئي

السنة أولى ل م د **الموسم الجامعي 2021/2020**

حل السلسلة رقم 2

حل التمرين الأول:

حل التمرين الثاني:

دالة لاغرانج

L=TU+$\lambda(32-4x-4y)$

L= $xy+2x+\lambda(32-4x-4y)$

من أجل تعظيم هذه الدالة يجب أن يكون المشتقات الجزئية من الدرجة الأولى مساوية للصفر $L=xy+2x+\lambda 32-\lambda 4x-\lambda 4y$

$$\begin{cases}\frac{\delta L}{\delta x}\\ \frac{\delta L}{\delta y}\\ \frac{\delta L}{\delta s\lambda}\end{cases}=0\begin{cases}y+2-\lambda 4=0\ldots..1\\ x-\lambda 4=0.\ldots 2\\ 32-4x-4y=0.\ldots 3\end{cases}$$

1….. $y=\ -2+\lambda 4$

2…… $x=\lambda 4$

بالتعويضx,y في المعادلة 3

$32-4(\lambda 4)-4(\lambda 4-2)$

$32-16\lambda-16\lambda+8=0$

$32\lambda=40$

$\lambda=\frac{40}{32}$=1,25

$x=4(1{,}25)=5$

$y=4(1{,}25)-2=3$

حل التمرين الثالث:-

1/- إيجاد دالتي المنفعة الحدية MU

$$MU_x=\frac{\delta TU}{\delta x}=2y$$

$$MU_y=\frac{\delta TU}{\delta y}=2x$$

2/- إيجاد القيم المستهلك باستخدام طريقة لاغرانج

$$L=TU+\lambda(R-xPx-yPy)$$

$$=2xy+\lambda\,(60-4x-2y)$$

من أجل تعظيم هذه الدالة الحدية إعدام المشتقات الجزئية من الدرجة الأولى

$$\begin{cases}\frac{\delta L}{\delta x}=0\\ \frac{\delta L}{\delta y}=0\\ \frac{\delta L}{\delta \lambda}=0\end{cases}\begin{cases}2y-4\lambda=0\\ 2x-2\lambda=0\\ 60-4x-2y=0\end{cases}$$

بقسم 1 على 2 $\begin{cases}2y=4\lambda\\ 2x=2\lambda\end{cases}$

$\frac{2y}{2x}=\frac{4}{4}$ $y=2x$

بالتعويض عن قيمة Y في المعادلة $60-4x-2(2x)=0$

$8x=60$ $x=7{,}5$ $y=15$

3/- تحديد مستوى الإشباع $TU=2\,.x.y=2(7{,}5)(15)$

$TU=225$

4/- ايجاد عبارة معدل الحدي للإحلال MRS_{xy} في حالة TU مجهولة

وفي حالة تكون معلومة TU= 258

- إيجاد معادلة المعدل الحدي للإحلال TU مجهولة

$$MRS_{xy}=\frac{-\delta Y}{\delta x}=\frac{MU_x}{MU_y}=\frac{Px}{Py}$$

$$MRS_{xy}=\frac{MU_x}{MU_y}=\frac{2y}{2x}=\frac{y}{x}$$

$$\frac{15}{7{,}5}=2$$

TU معلومة TU= 225

$$225=2xy$$

$$y=\frac{225}{2x}$$

$$MRS_{xy}=\frac{-\delta Y}{\delta x}=\frac{-(-2).225}{4x^2}$$

$$MRS_{xy}=\frac{225}{2x^2}$$

5/- برهن أن منحنى السواء محدب نحو نقطة الأصل

$$\frac{\delta MRS_{xy}}{\delta x}<0$$

$$\frac{\delta MRS_{xy}}{\delta x}=\frac{-4(x)225}{4x^4}=\frac{-225}{x^3}<0$$

ومنه منحنى السواء محدب نحو نقطة الأصل

حل التمرين الرابع:

1. ايجاد دالتي المنفعة الحدية: $MU_x=\frac{\delta TU}{\delta x}=\frac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}}y^{\frac{1}{2}}$

$$MU_y=\frac{\delta TU}{\delta y}=\frac{1}{2}x^{\frac{1}{2}}y^{-\frac{1}{2}}$$

2. ايجاد توازن المستهلك باستخدام طريقة التعويض

$$TU = x^{\frac{1}{2}} y^{\frac{1}{2}}$$

$$200 = 2x + y \quad \rightarrow y = 200 - 2x$$

بالتعويض عن y في الدالة $Tu = x^{\frac{1}{2}}(200 - 2x)^{\frac{1}{2}}$

من أجل تعظيم هذه الدالة المشتق يساوي $\grave{T}U = 00$

$$= \frac{1}{2} x^{-\frac{1}{2}}(200 - 2x)^{\frac{1}{2}} + \frac{1}{2} 1(-2)(200 - 2x)^{-\frac{1}{2}}$$

$$= \frac{(200 - 2x)^{\frac{1}{2}}}{2x^{\frac{1}{2}}} = \frac{x^{\frac{1}{2}}}{(200 - 2x)^{\frac{1}{2}}}$$

$$200 - 2x = 2x$$

$$4x = 200$$

$$x = 50$$

$$y = 200 - 2(50)$$

$$y = 100$$

3. ايجاد مقدار الإشباع:-

$$TU = (50)^{\frac{1}{2}}(100)^{\frac{1}{2}}$$

$$= 10 \times 7{,}07$$

$$TU = 70{,}07$$

4. ايجاد مقدار الدخل

$$14{,}10 = x^{\frac{1}{2}} y^{\frac{1}{2}}$$

$$R = 2x + y$$

$$L = 2x + y + \lambda(14{,}10 - x^{\frac{1}{2}} y^{\frac{1}{2}})$$

$$\frac{MU_x}{MU_y} = \frac{Px}{Py}$$

$$\frac{\frac{1}{2}^{\frac{x1}{2}} y^{\frac{1}{2}}}{\frac{1}{2}^{\frac{x1}{2}} y^{\frac{1}{2}}} = \frac{2}{1}$$

$$\frac{y}{x} = 2 \qquad y = 2x$$

$$14{,}10 = x^{\frac{1}{2}}(2x)^{\frac{1}{2}}$$

$$== \sqrt{2} x^{\frac{1}{2}} x^{\frac{1}{2}} \sqrt{2}\, x$$

$$x = \frac{14{,}10}{1{,}41} = 10$$

$$x = 10$$

$$y = 20$$

$$R = 2x + y = 2(10) + (20) = 40$$

حل التمرين الخامس:

1. ايجاد دالتي المنفعة الحدية:

$$MU_x = \frac{\delta TU}{\delta x} = 2x^{-\frac{1}{2}}y^{\frac{3}{2}}Z^{\frac{2}{3}}$$

$$MU_y = \frac{\delta TU}{\delta y} = 6x^{\frac{1}{2}}y^{\frac{1}{2}}Z^{\frac{2}{3}}$$

$$MU_z = \frac{\delta TU}{\delta z} = \frac{8}{3}x^{\frac{1}{2}}y^{\frac{3}{2}}Z^{-\frac{1}{3}}$$

2. تحديد الكميات المثلى التي تعمل على تعظيم منفعة المستهلك:

من خلال شرط التوازن $\frac{\mathrm{MU_x}}{\mathrm{px}} = \frac{\mathrm{MU_y}}{\mathrm{py}} = \frac{\mathrm{MU_z}}{\mathrm{pz}}$

$$\frac{2x^{-\frac{1}{2}}y^{\frac{3}{2}}Z^{\frac{2}{3}}}{2} = \frac{6x^{\frac{1}{2}}y^{\frac{1}{2}}Z^{\frac{2}{3}}}{6} = \frac{\frac{8}{3}x^{\frac{1}{2}}y^{\frac{3}{2}}Z^{-\frac{1}{3}}}{4}$$

ومنه من 1 و 2 نجد: $\frac{2x^{-\frac{1}{2}}y^{\frac{3}{2}}Z^{\frac{2}{3}}}{2} = \frac{6x^{\frac{1}{2}}y^{\frac{1}{2}}Z^{\frac{2}{3}}}{6}$ x=y

من 2 و 3 نجد: $\frac{6x^{\frac{1}{2}}y^{\frac{1}{2}}Z^{\frac{2}{3}}}{6} = \frac{\frac{8}{3}x^{\frac{1}{2}}y^{\frac{3}{2}}Z^{-\frac{1}{3}}}{4}$ 2/3Y=Z

نعوض X و Z في قيد الميزانية:

$$R = XPX + yPY + ZPZ$$

$$200 = 2X + 6y + 4Z$$

$$200 = 2Y + 6y + 4(\frac{2Y}{3})$$

$$200 = \frac{32}{3}Y$$

ومنه Z=12.5 X= 18.75 Y = 18.75

حل التمرين السادس:

1. **تعريف منحنى السواء وخصائصه:**

منحنى السواء هو عبارة عن المحل الهندسي للتوليفات المختلفة من السلعتين (X . Y) التي تحقق للمستهلك نفس المنفعة على نفس المنحنى.

تتميز منحنيات السواء بثلاث خصائص أساسية هي :

أ- منحنيات السواء لا تتقاطع لذا تختلف المنفعة الكلية من منحنى سواء إلى آخر.

ب- منحنيات السواء تكون متناقصة (سالبة الميل).

ت- منحنيات السواء محدبة نحو نقطة الأصل.

2. ايجاد عبارة المعدل الحدي للاحلال لما TU مجهولة:

$$\mathrm{MRS_{xy}} = \frac{-\delta Y}{\delta \mathrm{x}} = \frac{\mathrm{MU_x}}{\mathrm{MU_y}} = \frac{\mathrm{Px}}{\mathrm{Py}}$$

$$\mathrm{MRS_{xy}} = \frac{\mathrm{MU_x}}{\mathrm{MU_y}} = \frac{y+1}{\mathrm{x}}$$

TU معلومة TU= 400

$$400 = (y+1)x$$

$$\mathrm{y} = \frac{400}{\mathrm{x}} - 1$$

$$\mathrm{MRS_{xy}} = \frac{-\delta \mathrm{Y}}{\delta \mathrm{x}} = \frac{-(-1).400}{\mathrm{x}^2}$$

$$MRS_{xy} = \frac{400}{x^2}$$

- اثبات أن منحنى السواء محدب نحو نقطة الأصل

$$\frac{\delta MRS_{xy}}{\delta x} < 0$$

$$\frac{\delta MRS_{xy}}{\delta x} = \frac{-2(x)400}{x^4} = \frac{-800}{x^3} < 0$$

ومنه منحنى السواء محدب نحو نقطة الأصل

3. ايجاد توازن المستهلك باستخدام طريقة لاغرانج

$$L = TU + \lambda(R - xPx - yPy)$$

$$= (y+1)x + \lambda\,(1000 - 10x - 10y)$$

من أجل تعظيم هذه الدالة الحدية إعدام المشتقات الجزئية من الدرجة الأولى

$$\begin{cases} \frac{\delta L}{\delta x} = 0 \\ \frac{\delta L}{\delta y} = 0 \\ \frac{\delta L}{\delta \lambda} = 0 \end{cases} \begin{cases} y + 1 - 10\lambda = 0 \\ x - 10\lambda = 0 \\ 1000 - 10x - 10y = 0 \end{cases}$$

بقسم 1 على 2 $\begin{cases} y + 1 = 10\lambda \\ x = 10\lambda \end{cases}$

$$\frac{y+1}{x} = \frac{10}{10} \qquad y + 1 = x$$

بالتعويض عن قيمة X في المعادلة $1000 - 10(\ y + 1) - 10y = 0$

$$20y = 990 \qquad x = 50.5 \qquad y = 49.5$$

بتعويض عن قيمة X و Y في TU نجد: TU=2550.25

4. التوليفة المثلى من X وY التي تعظم منفعة المستهلك عند ارتفاع الدخل الى 1200 : نستخدم طريقة لاغرانج:

$$L = TU + \lambda(R - xPx - yPy)$$

$$= (y+1)x + \lambda\,(1200 - 10x - 10y)$$

من أجل تعظيم هذه الدالة الحدية إعدام المشتقات الجزئية من الدرجة الأولى

$$\begin{cases} \frac{\delta L}{\delta x} = 0 \\ \frac{\delta L}{\delta y} = 0 \\ \frac{\delta L}{\delta \lambda} = 0 \end{cases} \begin{cases} y + 1 - 10\lambda = 0 \\ x - 10\lambda = 0 \\ 1200 - 10x - 10y = 0 \end{cases}$$

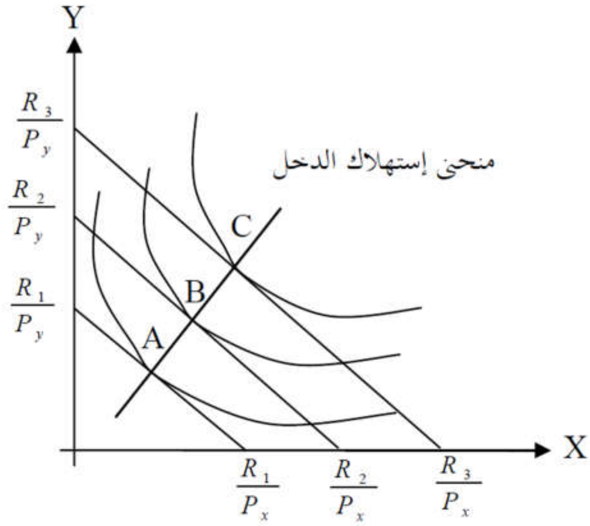
بقسم 1 على 2 $\begin{cases} y + 1 = 10\lambda \\ x = 10\lambda \end{cases}$

$$\frac{y+1}{x} = \frac{10}{10} \qquad y + 1 = x$$

بالتعويض عن قيمة X في المعادلة $1200 - 10(\ y + 1) - 10y = 0$

$$20y = 990 \qquad x = 60.5 \qquad y = 59.5$$

ب-   بتعويض عن قيمة X و Y في TU نجد: TU=3660.25
ومنه مقدار التغير في المنفعة الكلية
$\Delta TU= TU_2-TU_1= 3660.25-2550.25=1110$
ت-   إن زيادة الدخل من 1000 إلى 1200 وحدة نقدية أدى إلى نزوح خط الميزانية إلى أعلى وبالتالي تغير نقطة التوازن من A إلى B والخط الواصل بين النقطتين يسمى **منحنى استهلاك/الدخل**



5. التوليفة المثلى التي تعظم منفعة هذا المستهلك عند انخفاض سعر السلعة X من 10 إلى 5 وحدات نقدية مع ثبات الدخل عند 1000 وثبات سعر السلعة Y عند 10.

أ-   ايجاد التوازن الجديد باستخدام طريقة لاغرانج:

$$L = TU + \lambda(R - xPx - yPy)$$

$$= (y+1)x + \lambda\,(1000 - 5x - 10y)$$

من أجل تعظيم هذه الدالة الحدية إعدام المشتقات الجزئية من الدرجة الأولى

$$\begin{cases} \dfrac{\delta L}{\delta x} = 0 \\ \dfrac{\delta L}{\delta y} = 0 \\ \dfrac{\delta L}{\delta \lambda} = 0 \end{cases} \begin{cases} y + 1 - 5\lambda = 0 \\ x - 10\lambda = 0 \\ 1000 - 10x - 10y = 0 \end{cases}$$

بقسم 1 على 2 $\begin{cases} y+1 = 5\lambda \\ x = 10\lambda \end{cases}$

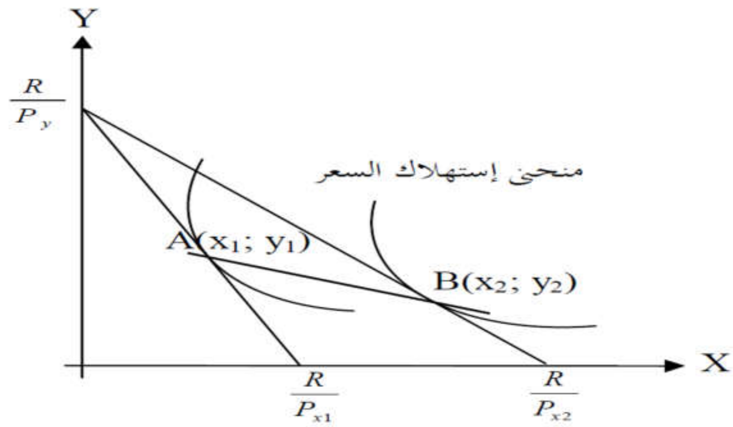
$$\frac{y+1}{x} = \frac{5}{10} \qquad 2y + 2 = x$$

بالتعويض عن قيمة X في المعادلة $1000 - 5(\,2\,y + 2) - 10y = 0$

$$20y = 990 \qquad x = 101 \qquad y = 49.5$$

بتعويض عن قيمة X و Y في TU نجد: TU=5100.5

ب-   اسم المنحنى المتحصل عليه من نقاط توازن المستهلك قبل وبعد انخفاض السعر : حيث أدى انخفاض السعر إلى نزوح خط الميزانية نحو الأعلى بشكل غير متوازي وبالتالي تغيير نقطة التوازن من A إلى B والخط الواصل بين النقطتين يسمى منحنى استهلاك/السعر



ت- مقدار الأثر الكلي ، أثر الاحلال و أثر الدخل :

ومنه مقدار الأثر الكلي هو مقدار التغير في كمية السلعة X الناتج عن تغير سعرها

الأثر الكلي= X_0-X_1 = 50.5-101=50.5

يمثل الأثر الكلي= أثر الاحلال + أثر الدخل

الوضعية الثالثة	**الوضعية الثانية بعد تغير السعر**	**الوضعية الأولى قبل تغير السعر**
P_X=5 P_Y=10	P_X=5 P_Y=10 R=1000	P_X=10 P_Y=10 R=1000
$2y+2=x$	$2y+2=x$	$y+1=x$
TU=2550.25	TU=5100.5	TU=2550.25
X_2=71.4 Y_2=34.7	X_1=101 Y_1=49.5	X_0=50.5 Y_0= 49.5

X_1 أثر الدخل X_2 اثر الاحلال X_0 ومنه يجب ايجاد قيمة X_2 التي تفصل أثر الاحلال وأثر الدخل

بتعويض X للوضعية الثالثة في TU نجد:

TU= $(y+1).x$ =2550.25

2550.25= $(y+1).(2y+2)$

2550.25=2 $(y+1)^2$

ومنه y=34.7 $y+1$=35.7

$2y+2=x$ $2(34.4)+2=x$ ومنه X_2=71.4