جامعــة الشهيد حمه لخضر الــــوادي

كلية العلوم الاقتصادية والتجارية وعلوم التسيير

المقياس: اقتصاد جزئي

السنة أولى ل م د | الموسوم الجامعي: 2021/2020

حل السلسلة رقم 01

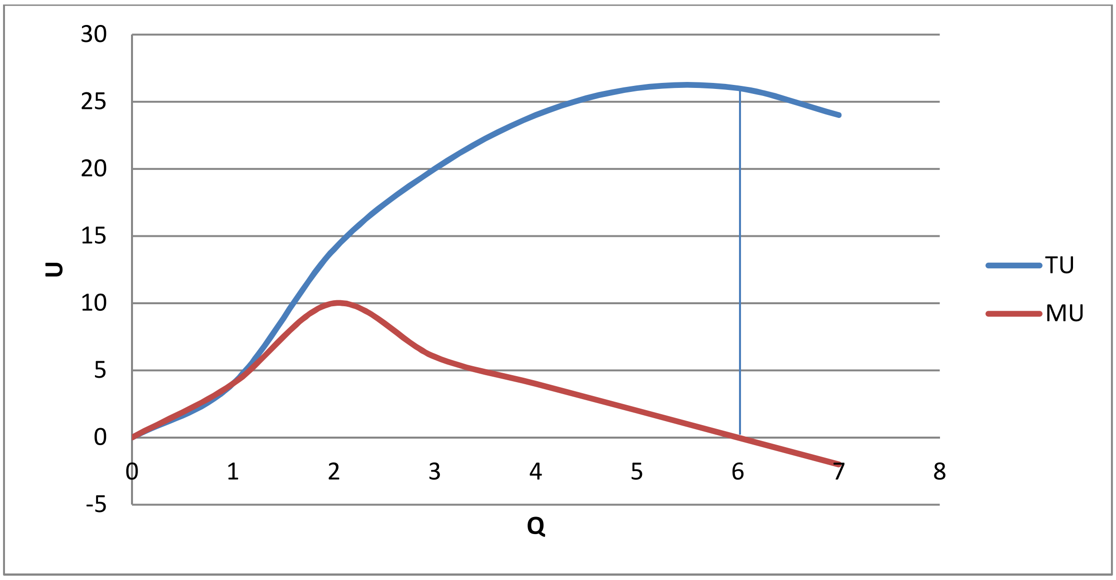
حل التمرين الأول:

1- حساب المنفعة الحدية للمستهلك:

$$MU = \frac{\Delta TU}{\Delta Q} = \frac{TU_1 - TU_0}{Q_1 - Q_0}$$

Q	0	1	2	3	4	5	6	7
TU	0	4	14	20	24	26	26	24
MU	-	4	10	6	4	2	0	- 2

2- رسم منحنى كل من المنفعة الكلية والمنفعة الحدية:



منحنى بياني لكل من المنفعة الكلية والمنفعة الحدية

- شرح العلاقة بين TU و MU :

في البداية تتزايد المنفعة الكلية بمعدل متزايد وعندها تتزايد المنفعة الحدية كذلك، ثم تتزايد المنفعة الكلية ولكن بمعدل متناقص وعندها تبدأ المنفعة الحدية بالتناقص، وعندما تبلغ المنفعة الكلية حدها الأقصى تنعدم المنفعة الحدية، وعندما تبدأ المنفعة الكلية بالتناقص تصبح المنفعة الحدية سالبة.

حل التمرين الثاني:

1- تحديد الكميات المستهلكة من السلعتين X و Y التي تعظم منفعة المستهلك:

باستخدام بيانات الجدول يمكن تحديد الكميات المستهلكة من السلعتين والتي توصل المستهلك إلى أقصى إشباع ممكن في ظل دخله المحدود وأسعار السلعتين، ويمكن الوصول إلى هذا الوضع بتطبيق شروط التوازن، والمتمثلة في:

- الشرط الضروري: إن المستهلك يصل إلى وضع التوازن عندما تتساوى المنفعة الحدية للدينار الأخير المنفق على السلعة (x) مساويا للمنفعة الحدية للدينار الأخير المنفق على السلعة (y)، أي عند تحقق الشرط الأول التالي:

$$\frac{MU_X}{P_X} = \frac{MU_Y}{P_Y} = \lambda$$

λ : تمثل منفعة كل وحدة نقدية في المنفعة الكلية للمستهلك.

- الشرط الكافي: وبما أن الشرط الضروري لا يأخذ بعين الاعتبار قيود الدخل المفروضة على المستهلك، إذ أن دخل المستهلك محدود ويجب أن يراعي ذلك عندما يحاول الوصول إلى أقصى إشباع ممكن، فإن تحديد وضع التوازن يتطلب تحقيق الشرط الثاني، أي تحقق المعادلة الآتية:

$$R = XP_X + YP_Y$$

- وبتطبيق الشرط الضروري على بيانات الجدول نتحصل على ما يلي:

Q	1	2	3	4	5	6	7	8
MU_X	20	18	16	14	12	10	8	6
MU_Y	24	20	16	12	8	4	2	0
$\frac{MU_X}{P_X}$	2.5	2.25	2	1.75	1.5	1.25	1	0.75
$\frac{MU_Y}{P_Y}$	1.5	1.25	1	0.75	0.5	0.25	0.125	0

من الجدول السابق يتبين أن هناك أربعة وضعيات لتوازن المستهلك:

$\lambda = 1.5$: عند استهلاك 5 وحدات من السلعة (X) ووحدة واحدة من السلعة (Y)

$\lambda = 1.25$: عند استهلاك 6 وحدات من السلعة (X) ووحدتين من السلعة (Y)

$\lambda = 1$: عند استهلاك 7 وحدات من السلعة (X) و 3 وحدات من السلعة (Y)

$\lambda = 0.75$: عند استهلاك 8 وحدات من السلعة (X) و 4 وحدات من السلعة (Y)

هناك أربعة مجموعات من السلعتين حققت الشرط الأول لتوازن المستهلك، ولكن يبقى أن نعرف أي هذه المجموعات تحقق الشرط الثاني:

$$R = XP_X + YP_Y \rightarrow \quad 104 = 8X + 16Y$$

$: \mathbf{1.5} = \boldsymbol{\lambda}\ (X = 5\,,\ Y = 1)$ $R = (8)(5) + (16)(1) = 56 < 104$ الشرط غير محقق

$\mathbf{1.25} = \boldsymbol{\lambda}\ (X = 6\,, Y = 2)$ $R = (8)(6) + (16)(2) = 80 < 104$ الشرط غير محقق

$\mathbf{1} = \boldsymbol{\lambda}\ (X = 7\,, Y = 3)$ $R = (8)(7) + (16)(3) = 104 = 104$ الشرط محقق

$\mathbf{0.75} = \boldsymbol{\lambda}\ (X = 8\,, Y = 4)$ $R = (8)(8) + (16)(4) = 128 > 104$ الشرط غير محقق

نستنتج أن المستهلك يصل إلى أقصى إشباع ممكن باستهلاكه 7 وحدات من السلعة (X) و 3 وحدات من السلعة (Y).

2- مقدار المنفعة التي يحصل عليها المستهلك في حالة التوازن:

المنفعة الكلية التي يتحصل عليها المستهلك عند وضع التوازن تقدر بـ:

$$\mathrm{TU}_{(X,Y)} = \sum_{i=0}^{X=7} UM_X + \sum_{i=0}^{Y=3} UM_Y = TU_X + TU_Y = (20+18+16+14+12+10+8) + (24+20+16) = 98 + 60 = 158$$

3- كمية السلع التي تحقق للمستهلك وضع التوازن إذا انخفض دخله إلى 80 و ن:

بالرجوع إلى إجابة السؤال الأول نستنتج أن التوليفة التي تحقق وضع التوازن في حالة انخفض الدخل إلى 80 و ن هي استهلاكه 6 وحدات من السلعة (X) ووحدتين من السلعة (Y).

<u>- حل التمرين الثالث:</u>

1- تحديد دالتي المنفعة الحدية الناتجة عن استهلاك السلعتين X و Y :

$$TU = 2XY$$

$$MU_X = \frac{\delta TU}{\delta X} = 2y$$

$$MU_Y = \frac{\delta TU}{\delta Y} = 2x$$

2- تحديد كميات السلعتين X و Y التي تحقق لهذا المستهلك أقصى اشباع باستخدام:

ط1- طريقة لاغرانج:

$$L = TU + \lambda(R - XP_X - YP_Y)$$

$$L = 2XY + \lambda(80 - 4X - 2Y)$$

من أجل تعظيم هذه الدالة يجب أن تكون المشتقات الجزئية من الدرجة الأولى لكل متغير مساوية للصفر

$$\begin{cases} \frac{\delta L}{\delta x} \\ \frac{\delta L}{\delta y} \\ \frac{\delta L}{\delta \lambda} \end{cases} = 0 \begin{cases} 2Y - 4\lambda = 0 & \ldots\ldots 1 \\ 2X - 2\lambda = 0 & \ldots\ldots 2 \\ 80 - 4X - 2Y = 0 & \ldots\ldots 3 \end{cases}$$

من المعادلة 1 نجد:

$$2Y - 4\lambda = 0 \Rightarrow 2Y = 4\lambda \Rightarrow \lambda = \frac{1}{2}Y \ldots\ldots 5$$

ومن المعادلة 2 نجد:

$$2X - 2\lambda = 0 \Rightarrow 2X = 2\lambda \Rightarrow \lambda = \mathrm{X} \ldots\ldots 6$$

بمساواة المعادلتين 5 و 6 نجد:

$$\lambda = \mathrm{X} = \frac{1}{2}Y$$

بتعويض قيمة X بما يساويها في المعادلة 3 نجد:

$$80 - 4\left(\frac{1}{2}Y\right) - 2Y = 0 \Rightarrow 80 - 4Y = 0 \Rightarrow Y = \frac{80}{4} = 20$$

ومنه نستنتج أن: $\lambda = X = 10$

ومنه فإن التوليفة التي تحقق التوازن تتمثل في استهلاكه 10 وحدات من السلعة (X) و 20 وحدة من السلعة (Y).

ط2- طريقة التعويض:

تعتمد هذه الطريقة على دالة المنفعة من الشكل $TU = f(X)$ ، ويتحقق توازن المستهلك هنا عند توافر شرطين أساسيين:

- **الشرط الضروري:** المشتقة الأولى لدالة المنفعة الكلية تساوي الصفر:

$$\frac{\delta TU}{\delta X} = 0$$

- **الشرط الكافي:** المشتقة الثانية لدالة المنفعة الكلية أقل من الصفر:

$$\frac{\delta^2 TU}{\delta X^2} < 0$$

لدينا معادلة الميزانية (معادلة الدخل) كالتالي:

$$R = XP_X + YP_Y \Rightarrow \quad 80 = 4X + 2Y$$

باستخراج Y من معادلة الميزانية نجد:

$$80 = 4X + 2Y \Rightarrow 2Y = 80 - 4X \Rightarrow Y = 40 - 2X$$

يتم تعويض المعادلة السابقة في دالة المنفعة الكلية فنحصل على ما يلي:

$$TU = 2XY \Rightarrow TU = 2X(40 - 2X)$$

$$TU = 80X - 4X^2$$

وعليه تصبح دالة المنفعة بدلالة متغير مستقل واحد (X)، أي من الشكل $TU = f(X)$ ، ومن ثم يمكن التحقق من توافر شرطي التوازن لتحديد التوليفة المثلى.

- **الشرط الضروري:** المشتقة الأولى لدالة المنفعة الكلية تساوي الصفر:

$$\frac{\delta TU}{\delta X} = 0 \Rightarrow 80 - 8X = 0 \Rightarrow 8X = 80 \Rightarrow X = \frac{80}{8}$$

$$X = 10$$

- **الشرط الكافي:** المشتقة الثانية لدالة المنفعة الكلية أقل من الصفر:

$$\frac{\delta^2 TU}{\delta X^2} < 0 \Rightarrow -8 < 0$$

وبتعويض قيمة X في معادلة الميزانية نحصل على قيمة Y :

$$80 = 4X + 2Y \Rightarrow 80 = 4(10) + 2Y \Rightarrow 2Y = 80 - 40 = 40$$

$$Y = \frac{40}{2} = 20$$

ومنه فإن التوليفة التي تحقق التوازن تتمثل في استهلاكه 10 وحدات من السلعة (X) و 20 وحدة من السلعة (Y).

- حل التمرين الرابع:

1- كميات السلعتين X وY التي تحقق للمستهلك أقصى إشباع:

ط1- طريقة لاغرانج:

$$TU = -2X^2 - Y^2$$

$$L = TU + \lambda(R - XP_X - YP_Y)$$

$$L = -2X^2 - Y^2 + \lambda(125 - 25X - 25Y)$$

من أجل تعظيم هذه الدالة يجب أن تكون المشتقات الجزئية من الدرجة الأولى لكل متغير مساوية للصفر

$$\begin{cases} \frac{\delta L}{\delta x} \\ \frac{\delta L}{\delta y} = 0 \\ \frac{\delta L}{\delta \lambda} \end{cases} \begin{cases} -4X - 25\lambda = 0 \quad \ldots\ldots 1 \\ -2Y - 25\lambda = 0 \quad \ldots\ldots 2 \\ 125 - 25X - 25Y = 0 \quad \ldots\ldots 3 \end{cases}$$

من المعادلة 1 نجد:

$$-4X - 25\lambda = 0 \Rightarrow -4X = 25\lambda \Rightarrow \lambda = -\frac{4}{25}X \ldots\ldots 5$$

ومن المعادلة 2 نجد:

$$-2Y - 25\lambda = 0 \Rightarrow -2Y = 25\lambda \Rightarrow \lambda = -\frac{2}{25}\mathrm{Y} \ldots\ldots 6$$

بمساواة المعادلتين 5 و 6 نجد:

$$\lambda = \frac{4}{25}\mathrm{X} = \frac{2}{25}Y \Rightarrow (4X)(25) = (25)(2Y) \Rightarrow 100X = 50Y$$

$$Y = 2X$$

بتعويض قيمة Y بما يساويها في المعادلة 3 نجد:

$$125 - 25X - 25(2X) = 0 \Rightarrow 125 - 75X = 0$$

$$125 = 75X \Rightarrow X = \frac{125}{75} = \frac{5}{3}$$

ومنه نستنتج أن: $Y = \frac{10}{3}$

ط2- طريقة تساوي المنفعة الحدية للسلع على أسعارها:

$$TU = -2X^2 - Y^2$$

$$\begin{cases} MU_X = -4X \\ MU_Y = -2Y \end{cases}$$

$$\frac{MU_X}{P_X} = \frac{MU_Y}{P_Y} \Rightarrow \frac{-4X}{25} = \frac{-2Y}{25} \Rightarrow -50Y = -100X \Rightarrow Y = 2X$$

بتعويض Y بما يساويها في دالة الميزانية نجد:

$$R = XP_X + YP_Y \Rightarrow \ 125 = 25X + 25Y \Rightarrow 125 = 25X + 25(2X)$$

$$125 = 75X \ \Rightarrow X = \frac{125}{75} = \frac{5}{3} \ \Rightarrow Y = 2\frac{5}{3} = \frac{10}{3}$$

ط3- طريقة التعويض:

من دالة الميزانية نجد:

$$R = XP_X + YP_Y \Rightarrow \ \ 125 = 25X + 25Y$$

$$25Y = 125 - 25X \Rightarrow Y = 5 - X \ldots\ldots (1)$$

بتعويض قيمة Y في دالة المنفعة الكلية فنجد:

$$TU = -2X^2 - (5 - X)^2 = -2X^2 - (25 - 10X + X^2) = -2X^2 - 25 + 10X - X^2$$

$$TU = -3X^2 + 10X - 25$$

- الشرط الضروري: المشتقة الأولى لدالة المنفعة الكلية تساوي الصفر:

$$\frac{\delta TU}{\delta X} = 0 \Rightarrow -6X + 10 = 0 \Rightarrow -6X = -10 \Rightarrow X = \frac{-10}{-6} = \frac{5}{3}$$

$$X = 10$$

- الشرط الكافي: المشتقة الثانية لدالة المنفعة الكلية أقل من الصفر:

$$\frac{\delta^2 TU}{\delta X^2} < 0 \Rightarrow -6 < 0$$

ومنه فإن: $X = \frac{5}{3}$

وبتعويض قيمة X في المعادلة (1) نحصل على قيمة Y :

$$Y = 5 - \frac{5}{3} \ \ \Rightarrow \mathrm{Y} = \frac{15-5}{3} \Rightarrow Y = \frac{10}{3}$$

2- مقدار المنفعة الكلية للمستهلك عند وضع التوازن:

$$TU = -2X^2 - Y^2 = -2\left(\frac{5}{3}\right)^2 - \left(\frac{10}{3}\right)^2 = -\frac{50}{9} - \frac{100}{9} = -\frac{150}{9} = -\frac{50}{3}$$

- <u>حل التمرين الخامس:</u>

1- حساب الكميات المثلى للمستهلك:

$$TU = 15X + 20Y - X^2 - Y^2$$

$$\begin{cases} MU_X = 15 - 2X \\ MU_Y = 20 - 2Y \end{cases}$$

$$\frac{MU_X}{P_X} = \frac{MU_Y}{P_Y} \Rightarrow \frac{15-2X}{6} = \frac{20-2Y}{2} \Rightarrow 2(15 - 2X) = 6(20 - 2Y)$$

$$30 - 4X = 120 - 12Y \ \Rightarrow 12Y = 120 - 30 + 4X \ \Rightarrow Y = \frac{90}{12} + \frac{4}{12}X$$

$$Y = 7.5 + \frac{1}{3}X$$

بتعويض Y بما يساويها في دالة الميزانية نجد:

$$R = XP_X + YP_Y \Rightarrow \ \ 200 = 6X + 2\left(7.5 + \frac{1}{3}X\right) \Rightarrow 200 = 6X + 15 + \frac{2}{3}X$$

$$200 - 15 = \frac{20}{3}X \Rightarrow 20X = 555 \Rightarrow X = \frac{555}{20}$$

$$X = 27.75$$

$$Y = 7.5 + \left(\frac{27.75}{3}\right) = 16.75$$

2- حساب الكميات المثلى للمستهلك في حالة تغير سعر السلعة X إلى $P_X = 1$:

$$\frac{MU_X}{P_X} = \frac{MU_Y}{P_Y} \Rightarrow \frac{15-2X}{1} = \frac{20-2Y}{2} \Rightarrow 2(15 - 2X) = 1(20 - 2Y)$$

$$30 - 4X = 20 - 2Y \Rightarrow 2Y = 20 - 30 + 4X$$

$$Y = 2X - 5$$

بتعويض Y بما يساويها في دالة الميزانية نجد:

$$R = XP_X + YP_Y \Rightarrow \quad 200 = X + 2(2X - 5) \Rightarrow 200 = 5X - 10$$

$$5X = 210$$

$$X = 42$$

$$Y = (2)(42) - 5 = 79$$