الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
وزارة التعليم العالي و البحث العلمي
جامعة الوادي

الاسم: [illegible]
اللقب: [illegible]
التخصص: الكتروتقني

كلية التكنولوجيا
قسم الهندسة الكهربائية
شعبة الالكتروتقني

EMD Implémentation d'une commande numérique en temps réel

الجزء الأول: أسئلة حول الآردوينو

1. ما هو الآردوينو ؟ هو لوحة الكترونية تعمل كمتحكم ورابط بين المكونات الكهربائية قابلة للبرمجة
2. ما هي أهم مميزات الآردوينو ؟ انخفاض السعر - سهولة الاستخدام.
3. كم تبلغ سرعة المعالج في الآردوينو اينو ؟ 16 MHz
4. كم عدد المداخل التماثلية و ما هي أعلى قيمة لجهودها في الآردوينو اينو ؟ 06 مداخل و اعلى قيمة لجهودها 5V
5. كم هو أقصى جهد و تيار للمنفذ الرقمي في الآردوينو اينو ؟ اقصى جهد 5V و اقصى تيار 20mA
6. كم عدد المخارج PWM في الآردوينو ميغا ؟ 12 مخرج
7. من أي منفذ يتم تغذية الآردوينو اينو بالطاقة الكهربائية ؟ مدخل USB - مدخل GND و Vin جهد 7V + 12V
8. ما ميزة الآردوينو دوو عن باقي الأنواع الأخرى من الآردوينو ؟ معالجة يعمل بسرعة 84MHz وجهد 3,3V
9. هل يمكن تغذية حمولة ذات استطاعه كبيرة مباشرة من الآردوينو ؟ علل إجابتك. لا يمكن ذلك لان التيار الذي يمكن اخراجه من كل منفذ هو 20mA ولذلك يجب اضافة دارة الكترونية

الجزء الثاني: الدارة العملية

1. عرف ما وظيفة الدارات المندمجة الآتية : 4N25 - LM324 – NE555 – LM7812 - LM7905

LM7812 : تعديل الجهد لقيمة 12 فولط ثابتة
LM7905 : تعديل الجهد لقيمة 5- فولط ثابتة
LM324 : 4 مكبرات عملية
4N25 : اوبتوكوبلار (دارة العزل الكهربائي)

2. ارسم الدارات المندمجة المذكورة في السؤال الأول مع توضيح كيفية التوصيل.

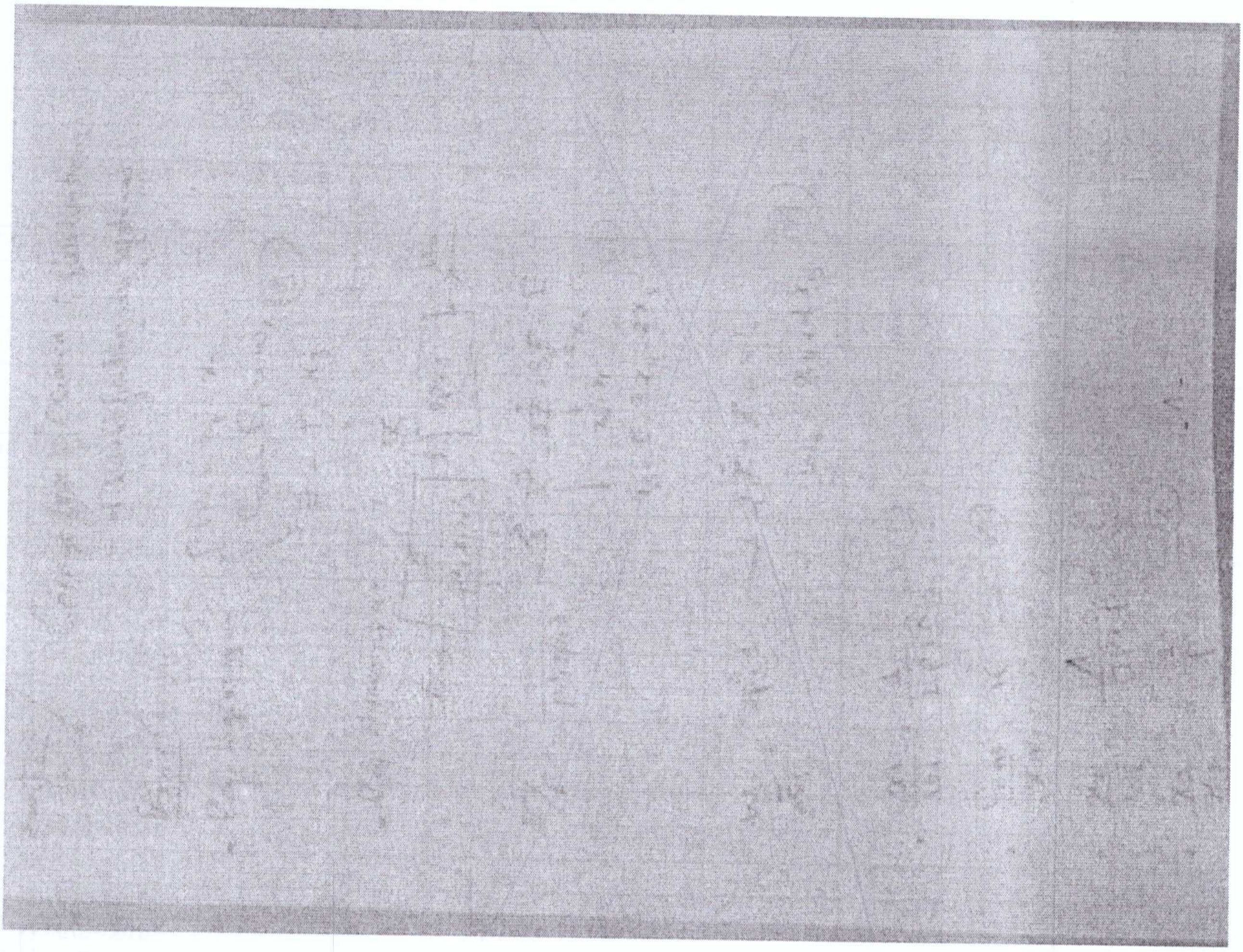
3. ارسم دارة لتغذية مستمرة بجهود ثابتة 12+ , 12- , 9+ , 9-.

corrigé type d examen modelisation et identification

Expéditeur : ALLAG Meriem (allag.meriem@yahoo.com)

À : messaoud_hettiri@yahoo.fr

Date : vendredi 14 juin 2019 à 01:46 UTC+1



$$\begin{cases} \dot{x}_1 = \frac{1}{L}\left(-R x_1 + x_2 + 2 x_3 - 2 x_5\right) \\ \dot{x}_2 = \frac{1}{J}\left(K x_1 - \ldots x_2\right) \\ \dot{x}_3 = x_2 \\ \dot{x}_4 = x_5 \\ \dot{x}_5 = \ldots x_3 - 3 x_4 - 2 x_5 \end{cases}$$

D'où la représentation d'état :

$$\dot{X} = \underbrace{\begin{bmatrix} -R/L & -1/L & -1/L & -2/L & \ldots \\ K/J & -B/J & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & -1 & -3 & -2 \end{bmatrix}}_{A} X + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}}_{B} U \quad (1)$$

$$Y = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}}_{C} X \quad (1)$$

* $\frac{E_2(p)}{E_1(p)} = \frac{Z_2}{Z_1}$

$Z_1 = R_1 // Z_{C_1} = \frac{R_1}{R_1C_1p+1}$

$Z_2 = R_2 // Z_{C_2} = \frac{R_2}{R_2C_2p+1}$ (1)

$\frac{E_2(p)}{E_1(p)} = \frac{R_2(R_1C_1p+1)}{R_1(R_2C_2p+1)}$

* $\frac{E_0(p)}{E(p)} = -\frac{Z_4}{Z_3} = -\frac{R_4}{R_3}$ (1)

d'où on obtient

$\frac{E_0(p)}{E(p)} = \frac{E_0}{E_2} \cdot \frac{E_2}{E_1} = \frac{R_4}{R_3} \cdot \frac{R_2}{R_1} \cdot \frac{1+R_1C_1p}{1+R_2C_2p}$ (1)

Exo 3 (3 pts)

$H(p) = \frac{K e^{-Tp}}{1+\tau p}$, $S = \Delta y = 5$

$y_1 = 0{,}28 \times 5 \longrightarrow t_1 = 0{,}78\ s$ (1)

$y_2 = 0{,}4 \times 5 \longrightarrow t_2 = 1\ s$ (1)

$\tau = 5{,}5(t_2 - t_1) = 1{,}21$

$T = 2{,}8\, t_1 - 1{,}8\, t_2 = 0{,}384$ (1)

$H(p) = 5 \frac{e^{-0{,}38p}}{1+1{,}21p}$

$K = \frac{S(\infty)}{E(\infty)} = 5$ (1)

- 3 -

Envoyé depuis Yahoo Mail pour Android

Département de Génie électrique

Université d'El Oued

Date : 18/06/2019

Examen en Techniques de la Commande Electrique

Question de Cours (4 Pts)

1- Dessiner l'architecture des systèmes d'entraînement à vitesse variable qu'ils faits appels conjointement aux disciplines principales suivantes : Informatique, Automatique, Electronique de puissance, Electrotechnique, Mécanique.

2- Quel est l'intérêt des systèmes d'entraînement à vitesse variable ?

Exercice 1 (6 pts)

Soit un système électrique composé de deux bobines décalés entre eux d'un angle $\boldsymbol{\theta}$, l'un de deux bobines est fixé à une résistance $\boldsymbol{R_s}$ et une inductance propre $\boldsymbol{l_s}$ tandis que l'autre bobine mobile a une résistance $\boldsymbol{R_r}$ et une inductance propre $\boldsymbol{l_r}$, l'inductance mutuelle entre les deux bobines est $\boldsymbol{M_{sr}(\theta) = M_{rs}(\theta) = M\cos(\theta)}$ où $\boldsymbol{M}$ est la valeur maximale de l'inductance mutuelle et $\boldsymbol{\theta}$ désigne la position angulaire entre les deux axes magnétiques des bobines.

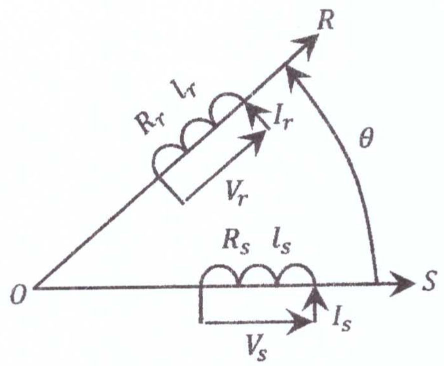


Figure 1

1- Donner les expressions des tensions $\boldsymbol{V_s}$ et $\boldsymbol{V_r}$ en fonction des flux $\boldsymbol{\lambda_s}$ et $\boldsymbol{\lambda_r}$ et courants $\boldsymbol{i_s}$ et $\boldsymbol{i_r}$. ***(1.5 pts)***

2- Donner les expressions des flux $\boldsymbol{\lambda_s}$ et $\boldsymbol{\lambda_r}$ en fonction des courants $\boldsymbol{i_s}$ et $\boldsymbol{i_r}$. ***(1.5 pts)***

3- Exprimer des tensions $\boldsymbol{V_s}$ et $\boldsymbol{V_r}$ en fonction des courants $\boldsymbol{i_s}$ et $\boldsymbol{i_r}$. ***(1.5 pts)***

4- Calculer la puissance absorbée par le système et en déduire l'expression du couple électromagnétique. ***(1.5 pts)***

Exercice 2 (7 pts)

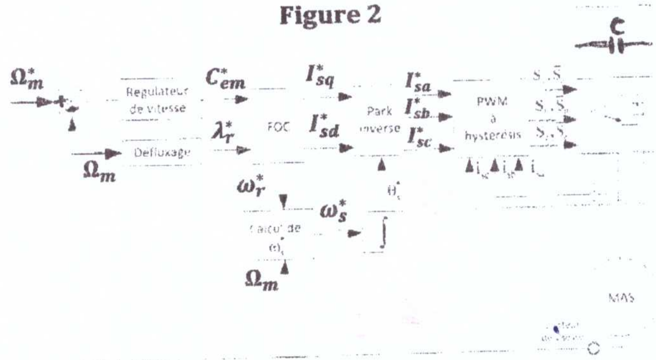
La figure 2 représente un schéma bloc de la commande vectorielle par orientation du flux rotorique d'une machine asynchrone triphasé à cage alimenté en courant

1- Au niveau du bloc FOC (Field Oriented Control) : exprimer les courants $\boldsymbol{I^*_{sd}}$ et $\boldsymbol{I^*_{sq}}$ et la pulsation de glissement $\boldsymbol{\omega^*_r}$ en fonction du couple $\boldsymbol{C^*_{em}}$ et du flux rotorique $\boldsymbol{\lambda^*_r}$. ***(4 pts)***

2- Au niveau du bloc de calcul de $\boldsymbol{\omega^*_s}$: donner l'expression de la pulsation $\boldsymbol{\omega^*_s}$ en fonction de $\boldsymbol{\omega^*_r}$ et $\boldsymbol{\Omega_m}$. ***(1 pts)***

3- Au niveau du bloc de défluxage : exprimer le flux rotorique de référence en fonction de sa valeur nominale, de la vitesse nominale et de la vitesse actuelle. ***(2 pts)***

Figure 2



Exercice 3 : (3 pts)

Un moteur asynchrone bipolaire connecté en étoile (sa tension composée : $\boldsymbol{480\ V}$ et sa fréquence $\boldsymbol{60\ Hz}$) possède une résistance rotorique ramenée au stator de $\boldsymbol{R'_r = 0.3\ \Omega}$. Le moteur entraine une charge constante de $\boldsymbol{60\ Nm}$. En admettant que le moteur est contrôlé par la loi scalaire $\boldsymbol{V/f}$ constante.

1- Pour une fréquence de $\boldsymbol{50\ Hz}$. Calculer la vitesse de rotation en considérant que le glissement est faible, dans ce cas, l'expression du couple sera approximé par : $\boldsymbol{C_{em} \approx 6\frac{V_s^2\, g}{\omega_s R'_r}}$ ***(3 pts)***

d'où, $\boldsymbol{V_s}$ est la tension statorique simple, g est le glissement et $\boldsymbol{\omega_s}$ est la pulsation de synchronisation.

Réf. Exo. 1, 2 et 3 : Ancien sujet d'examen (UMB M'Sila _ Année 2017)

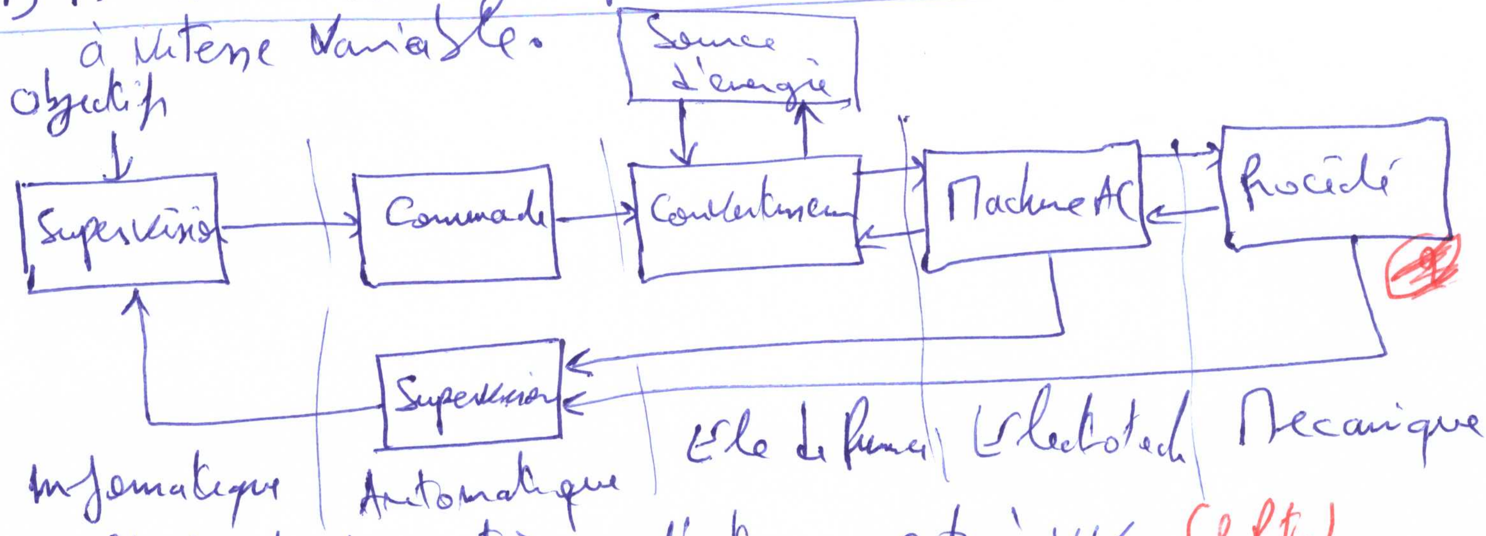
بالتوفيق

Corrigé type de l'examen T CE

BATES ; 18/06/2019

Question de Cours (4Pts) VB

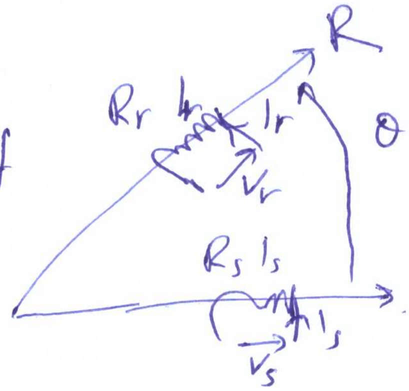
1) Architecture d'un Système d'entraînement à vitesse variable. (2Pts)



2) l'interêt des système d'entraînement à VV (2Pts)

- l'atténuation les pics des courants appelés par les moteurs électriques au moment du démarrage.

EX01 Données ; $M_{sr}(\theta) = M_{rs}(\theta) = M\cos(\theta)$



1.) V_s et V_r ? on applique la lois de Kirchhoff

$V_s = R_s I_s + \dot{\lambda}_s$ — (1) 0,75

$V_r = R_r I_r + \dot{\lambda}_r$ — (2) 0,75

2) λ_s et λ_r ?

$\lambda_s = l_s I_s + M_{sr} I_r = l_s I_s + M\cos(\theta) I_r$ — (3) 0,75

$\lambda_r = l_r I_r + M_{rs} I_s = l_r I_r + M\cos(\theta) I_s$ — (4) 0,75

3) V_s et V_r en f(I_s et I_r)

On substitue (3) et (4) dans (1) et (2)

$V_s = R_s I_s + l_s \dot{I}_s + M\cos(\theta)\dot{I}_r - M\omega\sin(\theta) I_r$ 0,75

$V_r = R_s I_r + l_r \dot{I}_r + M\cos(\theta)\dot{I}_s - M\omega\sin(\theta) I_s$ 0,75

4) P_a et C_{em} ?

$P_a = V_s I_s + V_r I_r = R_s I_s^2 + \dot{\lambda}_s I_s - M\omega\sin(\theta) I_r I_s$ 0,75

$+ R_r I_r^2 + \dot{\lambda}_r I_r - M\omega\sin(\theta) I_s I_r$

1/3

$$\Rightarrow C_{em} = \frac{P_{em}}{\Omega} = \frac{\omega\,(M \sin(\theta)\, I_r I_s + M \sin I_s I_r)}{\Omega}$$

$$\boxed{C_{em} = I_s I_r P\, 2M \sin(\theta)}$$

a ✓ S

Exo 2

1) FOC ? I_{sd}^* et I_{sq}^* ? ω_r^* ?

On pose : $\lambda_{rq} = 0 \Rightarrow \lambda_{rd} = \lambda_r$ — (1)

On a $C_{em} = p \frac{M}{L_r} (\lambda_{rd} I_{sq} - \lambda_{rq} I_{sd})$ — (2)

(1) et (2) $\Rightarrow C_{em} = p \frac{M}{L_r} \lambda_r I_{sq}$ — (3)

$$\Rightarrow \boxed{I_{sq}^* = \frac{C_{em} L_r}{p\, M\, \lambda_r^*}} \quad \text{— (4)}$$

1,5

On a :

$0 = R_r I_{rd} + \cancel{\frac{d\lambda_r}{dt}} - \cancel{\omega_r \lambda_{rq}}$ / $\lambda_r = cte$

$\Rightarrow I_{rd} = 0$

on a aussi, $\lambda_r^* = L_r \cancel{I_{rd}} + M I_{sd}^*$

$$\Rightarrow \boxed{I_{sd}^* = \frac{\lambda_r^*}{M}} \quad \text{— (5)}$$

1,5

Pour $\omega_r^* \Rightarrow$

On a, $0 = R_r I_{rq} + \cancel{\frac{d\lambda_{rq}}{dt}} + \omega_r^* \lambda_r$ — (6)

~~(6)~~

On a, $\lambda_{rq} = 0 = L_r I_{rq} + M I_{sq} = 0 \Rightarrow I_{rq} = \frac{-M}{L_r} I_{sq}$ (7)

(7) $\to$ (6) $\Rightarrow$

$$\boxed{\omega_r^* = \frac{R_r}{L_r \lambda_r^*} I_{sq}^*}$$

1

2) ω_s^*

$\omega_s^* = \omega_m + \omega_r^*$ / $\omega_m = p\Omega_m$

$\Rightarrow \boxed{\omega_s^* = p\Omega_m + \omega_r^*}$ 1

3) Bloc de défluxage

$\lambda_r^* = \lambda_{r\,nom}$ pour $|\Omega| \leq \Omega_{nom}$ 1

$\lambda_r^* = \dfrac{\lambda_r \Omega_{nom}}{\Omega}$ " , $|\Omega| > \Omega_{nom}$ 1

Exo 3 ~~[...]~~ N?

On a, $\omega_s = 2\pi f = 2\pi \cdot 50 = 314{,}15$ rd/s

$V_{60} = \dfrac{480}{\sqrt{3}} = 277{,}13\ V$ pour $\boxed{f = 60\ Hz}$

Pour $f = 50\ Hz \Rightarrow \dfrac{V_{60}}{f_{60}} = \dfrac{V_{50}}{f_{50}}$

$\Rightarrow V_{50} = \dfrac{f_{50}}{f_{60}} V_{60}$

$\boxed{V_{50} = \dfrac{50 \cdot 277{,}13}{60} = 230{,}9\ V}$ 1,5

ça pour respecter la loi de commande scalaire $\dfrac{V}{f} = cte$

$\Rightarrow g = \dfrac{C_{em}\, \omega_{s50}\, R'_r}{3 V_{50}^2} = \dfrac{60 \cdot 314{,}15 \cdot 0{,}3}{3\ (230{,}9)^2}$

on a $N_s = 60 f$
$= 60 \cdot 50 = 3000$ tr/mn

$\boxed{g = 0{,}0353}$

$\Rightarrow$
$n = (1-g)\, n_s = (1 - 0{,}0353) \cdot 3000$

$\boxed{n = 2893{,}9\ tr/mn}$ 1,5 3/3

Corrigé d'examen « DDSC » **Niveau : 1 Master Commande**

Corrigé de la Partie N° 1 :

1- En général, lorsqu'on parle de diagnostic des défauts, on se réfère à la procédure de détection et d'isolation de ces derniers, que l'on retrouve souvent sous le nom : FDI (**Fault Detection and Identification**).

2- La panne est l'arrêt total, mais le défaut permet le continu du fonctionnement du système.

L'étude précédente permet de classer les défauts suivant leur localisation [KLI96]:

3-

1) **Rotor**
   - Rupture de barreaux (Cassures partielles ou totales des barres).
   - Cassure de l'anneau de court-circuit de la cage (Cassures partielles ou totales des anneaux).
   - Excentricité statique ou dynamique.
   - Défaut du circuit magnétique (ruptures de tôles).

2) **Roulements à billes**
   - Trous dans les gorges de roulement intérieures et extérieures.
   - Ondulation de leur surface de roulement.
   - Attaque des billes.
   - Corrosion due à l'eau.
   - Défaut de graissage, problème du à la température.
   - Décollement, effritement de surface, provoquée par une surcharge.

3) **Stator**
   - Court-circuit entre spires, court-circuit entre bobines de la même phase.
   - Ouvertures de phases, court-circuit phase-phase ou phase-terre.
   - Coupure d'une phase.
   - Défaut du circuit magnétique (ruptures de tôles).
   - Défaut de l'isolation de masse.

4- A- Analyse du champ magnétique.
B- Analyse du courant statorique.
C- Analyse du Couple.
D- Analyse de la puissance instantanée.
E- Analyse chimique.

DPSC

Corrigé de la Partie N° 3 :

Q1 Calculer la vitesse de synchronisme, le glissement, la puissance absorbée au régime nominal et le couple utile nominal développé.

D'après la formule de Ferraris : $N_S = f/p = 60/3 = 20 tr.s^{-1}$ soit $1200\ tr.min^{-1}$

Le glissement est donc : $g = (N_S - N)/N_S = (1200 - 1140)/1200 = 5\%$

$P = \sqrt{3}.U.I.\cos\varphi = \sqrt{3}.440.6,9.0,8 = 4,2\ kW$

$T_u = P_u/(2\pi n) = 31\ N.m$

Q2 Calculer les pertes fer au stator et les pertes Joule au rotor.

Les pertes mécaniques sont négligées, on peut écrire :

$$P_{em} = g.P_{em} + P_u \rightarrow P_{em} = \frac{P_u}{1-g} = \frac{3700}{1-0,05} = 3,9\ kW$$

$$\rightarrow P_{JR} = g.P_{em} = 0,05.3,9.10^3 = 195\ W$$

Calculons les pertes joules au stator, celui-ci étant connecté en étoile :

$$P_{JS} = 3.R_S.I^2 = 3.\frac{0,9}{2}.6,9^2 = 64\ W$$

Et donc :

$$P_{fS} = P_{abs} - P_{JS} - P_e = 4,2.10^3 - 64 - 3,9.10^3 = 248\ W$$

Q3 Calculer entre quelles valeurs varie le couple utile au démarrage lorsque la tension d'alimentation varie de ±5V.

Sur la partie linéaire de la caractéristique mécanique, l'expression approchée du couple électromagnétique est : $T_{em} = k.\frac{V_1^2}{R_2}.g$

On peut obtenir un résultat approché en utilisant les différentielles :

$\Delta T_{em} = \frac{k}{R_2}.g.2.V_1.\Delta(V_1)$ or $\frac{k}{R_2}.g.V_1 = \frac{T_{em}}{V_1}$, donc :

$$\Delta T_{em} = \frac{T_{em}}{V_1}.2.\Delta(V_1) = \frac{31}{440}.2.\frac{5}{\sqrt{3}} = 0,4\ N.m$$

Le couple devient donc : 31 – 0,4 = 30,6 N.m si la tension diminue de 5V ou 31,4 N.m si elle augmente de 0,5V.

Q4 Calculer la vitesse de rotation lorsque, le couple résistant restant constant et égal au couple nominal, la tension d'alimentation chute de 5 V.

Le couple restant constant, les valeurs du couple pour une tension nominale et pour une tension diminuée de 5V sont égaux soit :

$$k.\frac{V_1^2}{R_2}.g = k\frac{\left(V_1 - \frac{5}{\sqrt{3}}\right)^2}{R_2}.g' \rightarrow g' = g.\left(\frac{V_1}{\left(V_1 - \frac{5}{\sqrt{3}}\right)}\right)^2 = 0,05.\left(\frac{\frac{440}{\sqrt{3}}}{\frac{440-5}{\sqrt{3}}}\right)^2 = 0,051$$

La vitesse de rotation correspondant à ce glissement est donc :

$N = N_S.(1-g') = 1200.(1 - 0,051) = 1138,6\ tr.min^{-1}$

Réponse indicielle donc $E(p) = \frac{1}{p}$

L'erreur statique :

$$\varepsilon_{ss} = \lim_{t \to 0} \varepsilon(t) = \lim_{t \to 0} (e(t) - s(t))$$

En applicant le théorème de la valeur finale :

$$\varepsilon_{ss} = \lim_{p \to 0} p\,\mathcal{E}(p) = \lim_{p \to 0} p\left[E(p) - S(p)\right]$$

$$\varepsilon_{ss} = \lim_{p \to 0} p\left[E(p) - E(p)H(p)\right]$$

$$= \lim_{p \to 0} \cancel{p}\left[\frac{1}{\cancel{p}} - \frac{1}{\cancel{p}}\,\frac{K_pK\omega_n^2}{p^2 + 2\xi\omega_n p + \omega_n^2 + K_pK\omega_n^2}\right]$$

$$= 1 - \frac{K_pK\cancel{\omega_n^2}}{\cancel{\omega_n^2} + K_pK\cancel{\omega_n^2}}$$

$$= 1 - \frac{K_pK}{1 + K_pK} = \frac{1 + \cancel{K_pK} - \cancel{K_pK}}{1 + K_pK}$$

$$\boxed{\varepsilon_{ss} = \frac{1}{1 + K_pK}}$$

② La FTBF

$$H(p) = \frac{C(p)G(p)}{1 + C(p)G(p)}$$

$$= \frac{\left(K_p + \frac{K_i}{p}\right)\left(\frac{K\omega_n^2}{p^2 + 2\xi\omega_n p + \omega_n^2}\right)}{1 + \left(K_p + \frac{K_i}{p}\right)\left(\frac{K\omega_n^2}{p^2 + 2\xi\omega_n p + \omega_n^2}\right)}$$

$$= \frac{\frac{(K_p p + K_i)}{p}\left(\frac{K\omega_n^2}{p^2 + 2\xi\omega_n p + \omega_n^2}\right)}{1 + \left(\frac{K_p p + K_i}{p}\right)\left(\frac{K\omega_n^2}{p^2 + 2\xi\omega_n p + \omega_n^2}\right)}$$

$$E(p) = 2\cancel{Z_c}\left(\frac{2R+Z_c}{\cancel{Z_c}}\right)I_2(p) - Z_c I_2(p)$$

$$= 2(2R+Z_c)I_2(p) - Z_c I_2(p)$$

$$E(p) = (4R + 2Z_c - Z_c)I_2(p)$$

$$= (4R+Z_c)I_2(p)$$

De l'eq(3) $\Rightarrow$

$$E(p) = (4R+Z_c)\frac{E(p)-S(p)}{R} \Rightarrow$$

$$R E(p) = \underbrace{(4R+Z_c)}_{\alpha}(E(p)-S(p)) = \alpha(E(p)-S(p))$$

$$R E(p) = \alpha E(p) - \alpha S(p) \Rightarrow$$

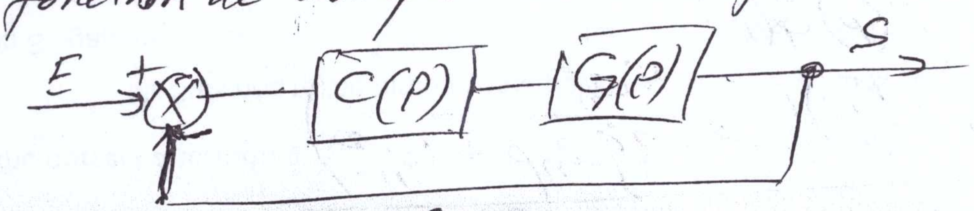
$$\alpha S(p) = (\alpha - R)E(p)$$

$$\Rightarrow \frac{S(p)}{E(p)} = \frac{\alpha - R}{\alpha} = \frac{4R + \frac{1}{Cp} - R}{4R + \frac{1}{Cp}}$$

$$\boxed{\frac{S(p)}{E(p)} = \frac{3RCp+1}{4RCp+1}}$$

Exercice 2 : (5pts)

1) La fonction de transfert en Boucle fermée



$$H_{BF}(p) = \frac{C(p)G(p)}{1+C(p)G(p)}$$

$$= \frac{K_p \frac{K\omega_n^2}{(p^2+2\xi\omega_n p+\omega_n^2)}}{1 + K_p\frac{K\omega_n^2}{(p^2+2\xi\omega_n p+\omega_n^2)}}$$

$$H(p) = \frac{K_p K\omega_n^2}{p^2+2\xi\omega_n p+\omega_n^2+K_pK\omega_n^2}$$

Réponse indicielle donc $E(p) = \frac{1}{p}$

L'erreur statique :

$$\varepsilon_{ss} = \lim_{t \to 0} \varepsilon(t) = \lim_{t \to \infty} \left(e(t) - s(t)\right)$$

En applicant le théorème de la valeur finale :

$$\varepsilon_{ss} = \lim_{p \to 0} p\,\mathcal{E}(p) = \lim_{p \to 0} p\left[E(p) - S(p)\right]$$

$$\varepsilon_{ss} = \lim_{p \to 0} p\left[E(p) - E(p)H(p)\right]$$

$$= \lim_{p \to 0} \cancel{p}\left[\frac{1}{\cancel{p}} - \frac{1}{\cancel{p}}\,\frac{K_pK\omega_n^2}{p^2 + 2\xi\omega_n p + \omega_n^2 + K_pK\omega_n^2}\right]$$

$$= 1 - \frac{K_pK\cancel{\omega_n^2}}{\cancel{\omega_n^2} + K_pK\cancel{\omega_n^2}}$$

$$= 1 - \frac{K_pK}{1 + K_pK} = \frac{1 + \cancel{K_pK} - \cancel{K_pK}}{1 + K_pK}$$

$$\boxed{\varepsilon_{ss} = \frac{1}{1 + K_pK}}$$

(2) La FTBF

$$H(p) = \frac{C(p)G(p)}{1 + C(p)G(p)}$$

$$= \frac{\left(K_p + \frac{K_i}{p}\right)\left(\frac{K\omega_n^2}{p^2 + 2\xi\omega_n p + \omega_n^2}\right)}{1 + \left(K_p + \frac{K_i}{p}\right)\left(\frac{K\omega_n^2}{p^2 + 2\xi\omega_n p + \omega_n^2}\right)}$$

$$= \frac{\left(\frac{K_pp + K_i}{p}\right)\left(\frac{K\omega_n^2}{p^2 + 2\xi\omega_n p + \omega_n^2}\right)}{1 + \left(\frac{K_pp + K_i}{p}\right)\left(\frac{K\omega_n^2}{p^2 + 2\xi\omega_n p + \omega_n^2}\right)}$$

$$H(p) = \frac{K\omega_n^2(K_p p + K_i)}{p(p^2+2\xi\omega_n p+\omega_n^2) + K\omega_n^2(K_p p + K_i)}$$

L'erreur statique :

$$\varepsilon_{ss} = \lim_{p\to 0} \cancel{p}\left[\frac{1}{\cancel{p}} - \frac{1}{\cancel{p}}\,\frac{K\omega_n^2(\cancel{K_p p}+K_i)}{\cancel{p(p^2+2\xi\omega_n p+\omega_n^2)}+K\omega_n^2(\cancel{K_p p}+K_i)}\right]$$

$$\varepsilon_{ss} = 1 - \frac{K\omega_n^2 K_i}{K\omega_n^2 K_i} = 1 - 1$$

$$\boxed{\varepsilon_{ss} = 0}$$

Exercice 3 : (6pts)

(1) $T_i = 5s$

La fonction de transfert en BF

$$H(p) = \frac{\left(\frac{\cancel{1+5p}}{5p}\right)\left(\frac{K}{(2+0{,}4p)\cancel{(1+5p)}}\right)}{1+\left(\frac{\cancel{1+5p}}{5p}\right)\left(\frac{K}{(2+0{,}4p)\cancel{(1+5p)}}\right)}$$

$$H(p) = \frac{\frac{K}{5p(2+0{,}4p)}}{1+\frac{K}{5p(2+0{,}4p)}} = \frac{K}{5p(2+0{,}4p)+K}$$

$$H(p) = \frac{K}{2p^2+10p+K} = \frac{K/2}{p^2+5p+\frac{K}{2}}$$

La forme canonique d'un système 2ième ordre

$$\frac{K\omega_n^2}{p^2+2\xi\omega_n p+\omega_n^2}$$

par identification :

$$\begin{cases} \omega_{n_{BF}}^2 = \dfrac{K}{2} \\ 2\xi_{BF}\omega_{n_{BF}} = 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \omega_{n_{BF}} = \sqrt{\dfrac{K}{2}} \\ 2\xi_{BF}\sqrt{\dfrac{K}{2}} = 5 \end{cases}$$

$$\boxed{\omega_{nBF} = \sqrt{\frac{K}{2}}} \; ; \; \boxed{\xi_{BF} = 2{,}5\sqrt{\frac{2}{K}}}$$

$$K_{BF}\,\omega_n^2 = \frac{K}{2} \Rightarrow K_{BF}\cdot\cancel{\frac{K}{2}} = \cancel{\frac{K}{2}}$$

$$\boxed{K_{BF} = 1}$$

Pour $T_i = 0{,}2\,s$

La FTBF :

$$H(p) = \frac{\left(\dfrac{\cancel{1+0{,}2p}}{0{,}2p}\right)\left(\dfrac{K}{2\cancel{(1+0{,}2p)}(1+5p)}\right)}{1 + \left(\dfrac{\cancel{1+0{,}2p}}{0{,}2p}\right)\left(\dfrac{K}{2\cancel{(1+0{,}2p)}(1+5p)}\right)}$$

$$H(p) = \frac{K}{0{,}4p(1+5p) + K}$$

$$H(p) = \frac{K}{2p^2 + 0{,}4p + K}$$

$$H(p) = \frac{K/2}{p^2 + 0{,}2p + \frac{K}{2}}$$

par identification :

$$\begin{cases} \omega_n^2 = \dfrac{K}{2} \\ 2\xi\omega_n = 0{,}2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \omega_n = \sqrt{\dfrac{K}{2}} \\ \xi\sqrt{\dfrac{K}{2}} = 0{,}1 \end{cases}$$

$$\omega_{nBF} = \sqrt{\frac{K}{2}} \; ; \; \xi_{BF} = 0{,}1\sqrt{\frac{2}{K}} \; ; \; K_{BF} = 1$$

(2) $K = ? \longrightarrow \xi = 0{,}6$

$$\xi_{BF} = 2{,}5\sqrt{\frac{2}{K}} = 0{,}6$$

$$\sqrt{\frac{2}{K}} = \frac{0{,}6}{2{,}5} = 0{,}24$$

$$\Rightarrow \frac{K}{2} = \left(\frac{1}{0{,}24}\right)^2 \Rightarrow \boxed{K = 34{,}72}$$

Exercice : 4 (4 pts)

La FTBF : $H(p) = \dfrac{K_p \frac{5}{(1+p)(1+2p)}}{1 + K_p \frac{5}{(1+p)(1+2p)}}$

$$H(p) = \frac{5K_p}{(1+p)(1+2p) + 5K_p}$$

$$H(p) = \frac{5K_p}{2p^2 + 3p + 1 + 5K_p}$$

$$H(p) = \frac{\frac{5K_p}{2}}{p^2 + \frac{3}{2}p + \left(\frac{1+5K_p}{2}\right)}$$

$$\omega_n^2 = \frac{1+5K_p}{2} \Rightarrow 1+5K_p = 2\omega_n^2$$

$$K_p = \frac{2\omega_n^2 - 1}{5} = 249{,}8$$

$$\boxed{K_p = 249{,}8}$$

6