

Complexité des algorithmes Correction de l'Examen, session 1

Exercice 1 — Ordres de grandeur [6 pts]

Fonction	Notation asymptotique en O
$f_1(n) = n^3 + 3^{n-200}$	$O(3^n)$
$f_2(n) = 4n^3 + n \log_2 n$	$O(n^3)$
$f_3(n) = n^2 \log_2(5n^4)$	$O(n^2 \log n)$
$f_4(n) = \frac{1}{2}n^2 - 10n + 77$	$O(n^2)$
$f_5(n) = 5^{n^2}$	$O(5^{n^2})$
$f_6(n) = \log_3(\sqrt{n})$	$O(\log n)$

Exercice 2 — quicksort et quickselect [6 pts]

quicksort :

Principe : Utilise une approche "diviser pour régner" :

1. On prend le premier élément du tableau, $T[1]$, appelé pivot
2. On met tous les éléments du tableau $> T[1]$ à droite, et tous éléments $< T[1]$ à gauche
3. On met le pivot au milieu
4. On applique quicksort aux deux sous-tableaux obtenus

Complexité en moyenne : $O(n \log n)$

quickselect:

Principe : quickselect utilise la même approche que quicksort, choisissant un élément à la fois, afin de partitionner les éléments selon le pivot. Cependant, au lieu de séparer l'ensemble en deux parties comme dans quicksort, l'algorithme quickselect n'utilise la récursion que sur un côté – la partie contenant l'élément qu'il cherche (kième plus petit élément).

Complexité en moyenne : $O(n)$

Exercice 2 — Interclassement de deux tableaux triés [8 pts]

1. Tracer les deux algorithmes sur l'exemple $T_1 = \{1, 3, 5, 6\}$ et $T_2 = \{2, 3, 4, 7\}$ (2 pts)

Algorithme FusionA : $T = \{1, 3, 5, 6\}$; $T = \{1, 2, 3, 5, 6\}$, $T = \{1, 2, 3, 3, 5, 6\}$, $T = \{1, 2, 3, 3, 4, 5, 6\}$, $T = \{1, 2, 3, 3, 4, 5, 6, 7\}$;

Algorithme FusionB : $T = \{1, \}$, $T = \{1, 2\}$, $T = \{1, 2, 3\}$, $T = \{1, 2, 3, 3\}$, $T = \{1, 2, 3, 3, 4\}$, $T = \{1, 2, 3, 3, 4, 5\}$, $T = \{1, 2, 3, 3, 4, 5, 6\}$, $T = \{1, 2, 3, 3, 4, 5, 6, 7\}$;

2. Complexités au pire de cas des algorithmes FusionA FusionB (5 pts):

Algorithme FusionA fait au pire de cas : $n + (n + 1) + (n + 2) + \dots + (2n - 1)$ comparaisons $\in O(n^2)$; c'est le cas au tous les éléments de T_1 sont plus grands que tous les éléments de T_2 .

Algorithme FusionB fait au pire de cas n comparaisons; cela se produit quand on prend les éléments alternativement des deux sous-tableaux T_1 et T_2 pour leur placement dans le tableau fusionné T .

3. Quel algorithme choisissez-vous d'implémenter ? (point)

Si on considère les complexités au pire de cas, on choisit FusionB.