كلية العلوم الدقيقة قسم الرياضيات	جـامعة الشهيد حمة لخضر - الوادي **امتحان الدورة العادية في مقياس تطبيقات الرياضيات في العلوم الأخرى**	2021/06/07
السنة الثانية رياضيات	الفوج : .... الاسم واللقب:	المدة :1 ساعة العلامة: ....

ملاحظة: الدقة ووضوح الإجابة ونظافة الورقة تؤخذ بعين الاعتبار كما أن مزج الصحيح بالخطإ أو بما هو غير مطلوب يعتبر في حكم الخاطئ.

التمرين الأول: (08 ن) أجب بدقة واختصار عن الأسئلة التالية:

1. كيف ساهم علم الحساب في تطوير وتسريع المبادلات التجارية قديما

كانت المبادلات التجارية قديما تخضع لنظام المقايضة وما يصحبه من صعوبات خاصة في تحديد القيم الحقيقية للسلع المتبادلة (ثمن - وزن - حجم ...) وكذا الإتفاق فيما بينها. وبعد استحداث النقد المعدني وتوظيف الأعداد والحساب في جميع عمليات البيع والشراء (العمليات الاربعة على الاعداد والتناسبية...) تم التغلب على مشاكل المبادلات وتسريعها

1,5

2. تطورت الرياضيات في العصور الغابرة تبعا لثلاث من حاجات الانسان. أذكر ها ؟ وحدد فروع الرياضيات المنبثقة عنها ؟

حاجيات الانسان هي: ① الحسابات في المبادلات التجارية ② قياس المقادير (اطوال - مساحات - سعات) ③ توقع الظواهر الطبيعية (كسوف - خسوف...) أما فروع الرياضيات المنبثقة عنها فهي

• دراسة البنية (الإعداد والعمليات) • دراسة الفضاء • دراسة المتغيرات

1,5

3. أذكر اثنين من علماء الإغريق كان لهما دور مهم في اكتشاف الأعداد واستخدامها

فيثاغورس - يودكسوس

1

4. ما اسم العلم الذي يطبق الرياضيات في تقسيم تركة الميت المسلم على من يستحقها ؟ وماهي طبيعة الأعداد والعمليات المستعملة فيه؟

علم الفرائض و يستخدم عمليات الجمع والطرح والضرب على الكسور الناطقة

1

5. X متغير عشوائي يتبع قانون مدة حياة بدون ذاكرة بحيث $P(X>3)=\frac{1}{8}$. أحسب قيمة الوسيط μ للقانون الأسي الذي يتبعه X.

لدينا كثافة الاحتمال الأسي : $\varphi(x)=\mu\, e^{-\mu x}$ $(x\geq 0)$

$$P(X>3)=1-P(X\leq 3)=1-\int_0^3 \mu\, e^{-\mu x}dx$$

$$=1+\left[e^{-\mu x}\right]_0^3=1+\left(e^{-3\mu}-1\right)=e^{-3\mu}=\frac{1}{8}$$

ومنه: $-3\mu=-3\ln 2 \Rightarrow \boxed{\mu=\ln 2\simeq 0,69}$

1,5

6. في ديناميكية المجتمعات يعتبر نموذج فيرهيلست (Verhulst) تحسينا لنموذج مالتوس (Malhus) وضح باختصار ذلك

في نموذج مالتوس يكون تكاثر المجتمع بدون حدود تزايد أسي (انفجار) او اضمحلال أسي (انقراض أفراد المجتمع)... بينما في نموذج فيرهيلست الذي يعد تحسين لنموذج مالتوس نجد أن عدد أفراد المجتمع يستقر عند قيمة ثابتة (نقطة توازن مستقرة)

1,5

التمرين الثاني: (5ن) متحرك $M(t)$ في المستوي المزود بمعلم متعامد ومتجانس معطى بإحداثياته في كل لحظة زمنية $t\geq 0$ بـ $(3t^2-1;\ 2t^3+3)$

1. أكتب معادلة ديكارتيه لمسار المتحرك :

$x=3t^2-1 \Rightarrow t=\sqrt{\frac{x+1}{3}}$

ومنه $y=2t^3+3=2\left(\sqrt{\frac{x+1}{3}}\right)^3+3 \Leftrightarrow y=2\left(\frac{x+1}{3}\right)^{3/2}+3$

1,5

2. أحسب التكامل $\varphi(t)=\int_1^t s\sqrt{s^2+1}\,ds$ ثم استنتج المسافة التي يقطعها المتحرك $M(t)$ بين اللحظتين $t_1=4, t_0=1$.

نضع $u=s^2+1$ نجد $du=2s\,ds$ بالتعويض نجد

$$\varphi(t)=\frac{1}{2}\int_2^{t^2+1}\sqrt{u}\,du=\left[\frac{1}{2}\cdot\frac{2}{3}u^{\frac{3}{2}}\right]_2^{t^2+1}=\frac{1}{3}\left[(t^2+1)\sqrt{t^2+1}-2\sqrt{2}\right]$$

1,5

(أقلب الصفحة)

المسافة المقطوعة بين t_1 ، t_2 هي

$$S = \int_1^4 \sqrt{x'^2(t) + y'^2(t)}\, dt = \int_1^4 \sqrt{36t^2 + 36t^4}\, dt = 6\int_0^4 t\sqrt{1+t^2}\, dt$$

$$= 6\,\varphi(4) = 2\left(17\sqrt{17} - 1\right)$$

2

التمرين الثالث: (07ن) ورشة تفصيل وخياطة جلود تنتج محافظ وسترات جلدية. تتطلب كل محفظة 1 متر من الجلد و 0.5 ساعة عمل وتباع بـ 4 (و.ن) أما السترة فتحتاج الى 3 أمتار من الجلد و 1 ساعة عمل وثمن بيعها 6 (و.ن). علما أن الورشة تتوفر أسبوعيا على 75 مترا من الجلود و 30 ساعة على الأكثر.

1. أملأ ملخصا للمعطيات في الجدول التالي ثم ضع المسألة في الشكل العام للبرمجة الخطية (أي تحديد دالة الهدف والقيود)

	الجلد (بالمتر)	عدد الساعات	ثمن بيع الوحدة
المحفظة	1	0.5	4
السترة	3	1	6
القيمة المتاحة	75	30	

1

وضع المعطيات في شكل مسألة برمجة خطية (عندما نبيع x محفظة و y سترة

دالة الهدف: $Z = 4x + 6y$ الفائدة

القيود:
$$\begin{cases} x + 3y \leq 75 \\ 0.5x + y \leq 30 \\ x \geq 0 \quad y \geq 0 \end{cases}$$

1

2. ما هو عدد المحافظ وعدد السترات التي على الورشة توفيرها أسبوعيا لتحقيق أكبر ربح علما أنها تبيع كل ما تنتجه.

x = عدد المحافظ ، y = عدد السترات. نريد ايجاد x, y التي تحقق $\max Z$ ضمن القيود المذكورة.

نحل المسألة بيانيا : ① نمثل المستقيمات $\Delta_1 : x + 3y = 75$ ، $\Delta_2 : 0.5x + y = 30$

1

Δ_1 :

x	0	15
y	25	20

Δ_2 :

x	0	30
y	30	15

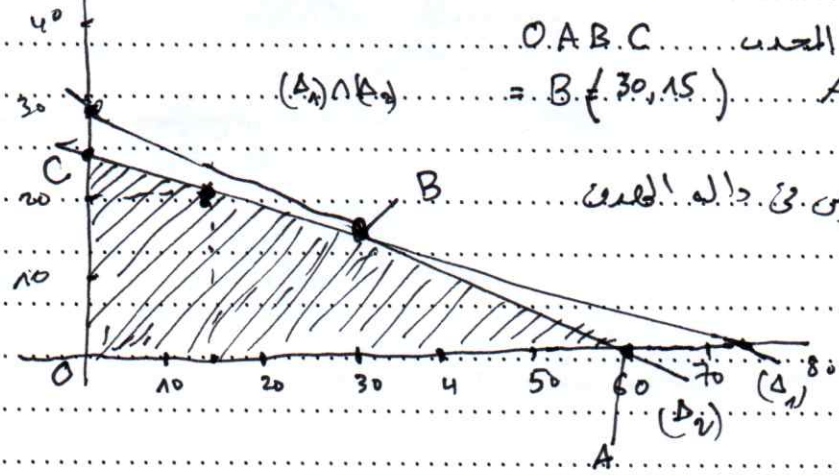
② ثم نحدد المنطقة المسموحة للحل (الحل البياني للمتراجحات المشكلة للقيود)

نجد هذه المنطقة تمثل الرباعي المحدب OABC

1

$O(0,0)$ ، $A(60,0)$ ، $B(30,15) = (\Delta_1) \cap (\Delta_2)$ ، $C(0,25)$

1



بتعويض احداثيات هذه الرؤوس في دالة الهدف نجد

النقطة	O(0,0)	A(60,0)	B(30,15)	C(0,25)
قيمة Z	0	240	210	150

1

ومنه تكون الفائدة Z أكبر ما يمكن عند بيع 60 محفظة و 0 ~~سترة~~

1