جامعة حمه لخضر بالود

كلية العلوم الدقيقة

قسم الرياضيات تصحيح امتحان الدور العادية السداسي2 جبر -4- 2021/2020

Correction exercice $N^0 1$

$$\forall\ x = (x_1, x_2, x_3), \qquad x' = (x'_1, x'_2, x'_3), \qquad y = (y_1, y_2, y_3) \in \mathbb{R}^3$$

$\varphi(\alpha x + \beta x', y\ ) = \alpha\varphi(x, y) + \beta\varphi\ (x', y)$

$\varphi(\alpha x + \beta x', y) = (\alpha x_1 + \beta x'_1)y_1 - (\alpha x_2 + \beta x'_2)y_2 + 4(\alpha x_3 + \beta x'_3)y_3 = \alpha(\ x_1y_1 - x_2y_2 +$

$4x_3y_3) + \beta(\ x_1'y_1 - x'_2y_2 + 4x'_3y_3) = \alpha\varphi(x, y) + \beta\varphi(x', y)$ ……………………………. 1

$\varphi(x, \alpha y_1\ + \beta y'_1) = \alpha\varphi(x, y) + \beta\varphi(x, y')$

$$\varphi(x, \alpha y_1\ + \beta y'_1) = (x_1(\alpha y_1 + \beta y'_2)) - x_2\left(\alpha y_2 + \beta {y'}_2\right) + 4x_3\left(\alpha y_3 + \beta {y'}_3\right)$$

$$= \alpha(\ x_1y_1 - x_2y_2 + 4x_3y_3) + \beta\left(\ x_1{y'}_1 - x_2{y'}_2 + 4x\ \ {}_3{y'}_3\right)$$

$$= \alpha\varphi(x, y) + \beta\varphi(x, y')$$ ………… …………………………………………2

من 1 و2 نجد ان.φ شكل ثنائي خطية .

De 1et 2 on trouve que φ est une forme bilinéaire.

Correction exercice $N^0 2$

1) La matrice de q: $A = \begin{pmatrix} 2 & \frac{1}{2} & 0 \\ \frac{1}{2} & 1 & -2 \\ 0 & -2 & -1 \end{pmatrix}$.

2) La forme bilinéaire associer à q; $\forall\ X = (x_1, x_2, x_3),\ \ Y = (y_1, y_2, y_3) \in \mathbb{R}^3$

جامعة حمه لخضر بالود

كلية العلوم الدقيقة

قسم الرياضيات

تصحيح امتحان الدور العادية السداسي2 جبر -4- 2021/2020

On a ; $\varphi(X,Y) = {}^{T}X\,A\,Y = (x_1\ \ x_2\ \ x_3)\begin{pmatrix} 2 & \frac{1}{2} & 0 \\ \frac{1}{2} & 1 & -2 \\ 0 & -2 & -1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{pmatrix} = 2x_1y_1 + \frac{1}{2}x_1y_2 +$

$\frac{1}{2}x_2y_1 + x_2y_2 - 2x_3y_2 - 2x_2y_3 - x_3x_3$

Correction exercice $N^0 3$.

On à ; 1) $q(X) = {}^{T}X\,A\,X = (x_1\ \ x_2\ \ x_3)\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = x_1{}_1^2 + 2x_1x_2 + 2x_2^2 -$

$2x_2x_3 + 3x_3^2.$

Après les calcules on trouve

3) $q(X) = (x_1 + x_2)^2 + (x_2 - x_3)^2 + 2x_3^2$

Donc : Rang q=3 et Signéature q=(3.0)