التصحيح النموذجي والتصحيح

جامعة الوادي كلية التكنولوجيا	امتحان الدورة العادية مقياس رياضيات 2	قسم: 1 تكنولوجيا 2020 / 11 / 11	السداسي الثاني المدة: 1 ساعة

اللقب والاسم: ....الفرع: ....رقم التسجيل: ....

ملاحظة مهمة: التمرين الأول يحتسب كنقطة المراقبة المستمرة، وجميع التمرينات معا تحتسب كنقطة الاختبار

التمرين 1: (7.5 نقطة) كل فراغ على $\frac{1}{2}$ و س 2 على 1

أكمل كل فراغ بما يناسب

1) قانون التكامل بالتجزئة هو:

$\int u'v = uv - \int u v'$ 01

2) عين هذا التكامل: $\int \frac{(\ln x)^3}{x}\, dx = \cdots$

$\frac{1}{4}(\ln x)^4 + c$

3) اذكر نوع هذه المعادلة: $y' - x = xy^2$:

$\frac{y'}{1+y^2} = x$ منفصلة

4) شكل المعادلة التفاضلية الخطية من الرتبة الأولى هو:

$y' + a(x)y = b(x)$

5) المعادلة المرافقة للمعادلة: $y'' - 4y = 0 \ldots (F)$ هو :

$r^2 - 4 = 0$

الحل العام للمعادلة (F) هو اذن: $y_s = c_1 e^{2x} + c_2 e^{-2x}$

6) المعادلة التفاضلية: $y'' - 4y = 2020\, x \ldots (E)$ تقبل حلا خاصا من الشكل: $y_p = x^n(ax+b)\, e^{\beta x}$، حيث: قيمة β هي: ...0...

وقيمة n هي: ...0... لأن: $\beta = 0$ ليست حلا للمعادلة المرافقة

بعد التعويض في (E) نجد: قيمة a هي: -505 وقيمة b هي: ...0...

الحل الخاص للمعادلة (E) هو اذن: $y_p = -505x$ 01

ومنه الحل العام للمعادلة (E) هو : $y = c_1 e^{2x} + c_2 e^{-2x} - 505x$

7) لا تقبل المصفوفة المربعة مصفوفة عكسية إذا وفقط إذا كان:

محددها يساوي 0

التمرين 2: (5 نقطة)

لتكن المصفوفات التالية:

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} ; A = \begin{pmatrix} -1 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix} ; C = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ -2 & -1 & 2 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

1) عين det(B) محدد المصفوفة B

2) عين B^{-1} المصفوفة العكسية لـ B

3) عين في حالة الوجود المصفوفات التالية:

$$C \times A \; ; \; A \times C \; ; \; A + C \; ; C + 2B$$

1)

$\det B = 0+0+0-(-1+2+0)$

$\det B = -1$ 01

2)

$B^{-1} = \frac{1}{\det B}(\mathrm{adj}\, B)^t$

$e_{11} = +(-2)$ $e_{12} = -(-2)$ $e_{13} = +(-1)$

$e_{21} = -(1)$ $e_{22} = +1$ $e_{23} = -1$

$e_{31} = +1$ $e_{32} = -2$ $e_{33} = +1$

$$(\mathrm{adj}\, B) = \begin{pmatrix} -2 & 2 & -1 \\ -1 & 1 & -1 \\ 1 & -2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$(\mathrm{adj}\, B)^t = \begin{pmatrix} -2 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & -2 \\ -1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$ 01

$$\Rightarrow B^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ -2 & -1 & 2 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$ 0.5

3)

$$C.A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ -2 & -1 & 2 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} -1 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$$ 01

$$\left.\begin{array}{l} A\times C \text{ لا يمكن حسابها} \\ A+C \text{ لا يمكن حسابها} \end{array}\right\}$$ 01

$$C+2B=\begin{pmatrix}4 & 1 & -3\\ -2 & 1 & 6\\ 3 & 3 & -1\end{pmatrix}$$ 01

التمرين 3: (6.5 نقطة)

1) بالتجزئة عين التكامل: $I=\int(2x+1)ln(x+1)dx$

2) لتكن المعادلة التفاضلية: (E)... $y'-\frac{2}{x}y=1$

أ) ما نوع المعادلة (E)؟

ب) عين y_S الحل العام للمعادلة (E) من دون الطرف الثاني.

ت) عين قيمة العدد a حتى يكون: $y_p=ax$ حلا خاصا للمعادلة (E)

ث) عين الحل العام للمعادلة (E).

ملاحظة: السؤال 1 و 2 مستقلان

1

$$\begin{cases}u'=(2x+1)\\ v=\ln(x+1)\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}u=x^2+x\\ v'=\frac{1}{x+1}\end{cases}$$ 01

$I=u.v-\int u.v'$

$=(x^2+x)\ln(x+1)-\int\frac{x^2+x}{x+1}dx$ 0,5

$=(x^2+x)\ln(x+1)-\int\frac{x(x+1)}{(x+1)}dx$

$=(x^2+x)\ln(x+1)-\int x\,dx$ 0,5

$=(x^2+x)\ln(x+1)-\frac{1}{2}x^2+c$ 0,5

$y'-\frac{2}{x}y=1$

2) أ) خطية 0,5

ب) $y_s=c\,e^{-\int-\frac{2}{x}dx}$ 0,5

$=c\,e^{2\int\frac{1}{x}dx}$

$=c\,e^{2\ln x}=c\,e^{\ln(x^2)}$ 0,5

$\boxed{y_s=c\,x^2}$ 0,5

ت) $y_p=ax\Rightarrow y_p'=a$

بعد التعويض نجد

$a-2a=1\Rightarrow -a=1$

$\Rightarrow\boxed{a=-1}$ 01

ث) $y=y_s+y_p$ 0,5

$=cx^2-x$ 0,5

$(c\in\mathbb{R})$ حيث