| جامعة الوادي | | |
|---|---|---|
| كلية العلوم الاقتصادية والتجارية وعلوم التسيير | | |
| قسم العلوم الاقتصادية | مستوى سنة ثالثة | تخصص اقتصاد كمي |
| الموسم 2019/2018 | مقياس الاقتصاد القياسي 01 | السداسي الخامس |

# امتحان الدورة العادية – جانفي 2019

## الاطار النظري - التحليلي للقياس الاقتصادي ....(10ن)

تعتبر طريقة **OLS** من أكثر الطرق المعلمية استخداما في تقدير معلمات النماذج الاقتصادية السلوكية والتفسيرية، وتعتمد هذه الطريقة على مبدأ تدنية مجموع مربعات الأخطأ من أجل الحصول على أفضل خط انحدار لتوفيق بيانات العينة أو المجتمع. وفي ظل فروض معينة تتميز مقدرات هذه الطريقة بخصائص احصائية مثالية. **في ظل هذه المعالم:**

**1)** عدد فروض نموذج الانحدار الخطي الكلاسيكي العشرة (فروض **OLS**) لقوس-ماركوف لمرحلة التقدير؟ **5 ن**
**2)** اشرح رياضيا واحصائيا صلاحية، وعدم صلاحية طريقة **OLS** لتقدير معلمات انحدار بياتات ما ؟ **3 ن**
**3)** ما هي الفرضية الإضافية الضرورية لمرحلة اختبار فروض مقدرات **OLS**، وفي ظل هذه الفرضية ما هي التوزيعات المناسبة لاختبار المعنوية الفردية للمعلمات الانحدارية، المعنوية الاجمالية الآنية للمعلمات الانحدارية، وتباين الانحدار؟ **2 ن**

## الاطار الكمي - التجريبي للقياس الاقتصادي ....(10ن)

**من أجل الاستدلال على دالة استهلاك مجتمع ما حسب منظور كينز الذي يفترض:**

**أ-** وجود علاقة طردية بين الإنفاق الاستهلاكي Y والدخل المتاح X (الميل الحدي للاستهلاك أكبر من 0 وأقل من 1).

**ب-** الاستهلاك التلقائي في الأجل القصير أكبر من 0، وفي الأجل الطويل يساوي الصفر (المجتمع الذي لا ينتج يموت).

**قمنا بمعاينة مقطعية عشوائية لـ 10 عائلات بهذا المجتمع. يمثل الجدول الموالي ملخصات احصائية وصفية لتلك البيانات:**

| | | | |
|---|---|---|---|
| $\sum Y_i = 1151$ | $\sum X_i = 1700$ | $\sum Y_i X_i = 214680$ | $\sum x_i^2 = 33000$ |
| $\sum Y_i^2 = 144493$ | $\sum X_i^2 = 322000$ | $\sum y_i x_i = 19010$ | $\sum y_i^2 = 12012.9$ |
| $F_{0.05} = 5.32$ | | $t_{0.025/8} = 2.306$ | |

- **أجب عما يلي:**

**1-** بافتراض خطية النموذج في معلماته ومتغيراته، عين صيغة دالة الاستهلاك القياسية في العينة وفق منطق كينز؟ **0.5ن**
**2-** قدر معلمات هذه الدالة بناءا على بيانات العينة أعلاه، ثم شكل رقميا دالة العينة العشوائية ؟ **1.5ن**
**3-** أحسب تباين دالة الانحدار والمعلمات المقدرة، ثم استنتج الأخطاء المعيارية الموافقة لها ؟ **1.5ن**
**4-** بالاعتماد على القيم الحرجة الجدولية لتوزيع t عند مستوئ معنوية 5%:
- شكل فترة الثقة لكل لكل معلمة حقيقة ؟ **1ن**
- اختبر معنوية المعلمات المقدرة فرديا ؟ **1ن**

**5-** احسب معامل التحديد وعلق على جودة توفيق النموذج ؟ **0.5ن**
**6-** شكل جدول تحليل تباين هذا النموذج، ثم اختبر المعنوية الآنية للمعلمات الانحدارية ؟ **1.5ن**
**7-** لخص مخرجات تقدير، واختبار فروض هذا النموذج ؟ **0.5ن**
**8-** علق على مدى تحقق فروض كينز في هذا المجتمع، ثم ترجم اقتصاديا مقدرات معلمات هذا النموذج؟ **1ن**
**9-** تنبأ بفترة الثقة لكل من $(E(Y_i/X_i))$ و$(Y_i)$ عند $X_0 = 90$ ؟ **1ن**

أستاذ المقياس
Dr. Med MESSAOUDI

| جامعة الوادي | | |
|---|---|---|
| كلية العلوم الاقتصادية والتجارية وعلوم التسيير | | |
| قسم العلوم الاقتصادية | مستوى سنة ثالثة | تخصص اقتصاد كمي |
| الموسم 2019/2018 | مقياس الاقتصاد القياسي 01 | السداسي الخامس |

# الإجابة النموذجية لامتحان الدورة العادية

## الاطار النظري - التحليلي للقياس الاقتصادي ....(10ن)

**1) فروض نموذج الانحدار الخطي الكلاسيكي العشرة (فروض OLS) لقوس-ماركوف لمرحلة التقدير: 5ن**

- الفرضية 01: خطية نموذج الانحدار، نموذج الانحدار يجب أن يكون خطيا في معلماته: $Y_i = \beta_1 + \beta_2 X_i + u_i$ .
- الفرضية 02: قيم $X$ تكون ثابتة عند تكرار المعاينة، أي أن القيم المحققة للمتغير المفسر $X$ تكون مثبتة عند تكرار المعاينة، وبصيغة أخرى المتغير $X$ متغير غير عشوائي.
- الفرضية 03: متوسط الحد العشوائي $u_i$ يساوي 0، عند القيم المحددة لـ $X$ تكون القيمة المتوقعة لحد المتغير العشوائي $u_i$ تساوي صفر: $E(u_i \mid X_i) = 0$ .
- الفرضية 04: تجانس أو تساوي تباين حد المتغير العشوائي، أي عند القيم المحددة والمختلفة لـ $X$ يكون تباين الحد العشوائي $u_i$ متساوي لكل المشاهدات. ونكتب:

$$\begin{aligned}\text{var}\,(u_i \mid X_i) &= E[u_i - E(u_i \mid X_i)]^2 \\ &= E\left(u_i^2 \mid X_i\right) \text{ because of Assumption 3} \\ &= \sigma^2\end{aligned}$$

- الفرضية 05: لا يوجد ارتباط ذاتي بين قيم الحد العشوائي، عند أي قيمتين للمتغير المفسر $X_i$ و $X_j$، فإن الارتباط بين أي قيمتين للحد العشوائي $u_i$ و $u_j$ يكون معدما ونكتب:

$$\begin{aligned}\text{cov}\,(u_i, u_j \mid X_i, X_j) &= E\{[u_i - E(u_i)] \mid X_i\}\{[u_j - E(u_j)] \mid X_j\} \\ &= E(u_i \mid X_i)(u_j \mid X_j) \quad \text{(why?)} \\ &= 0\end{aligned}$$

- الفرضية 06: التغاير المعدوم بين المتغير المفسر $X_i$ والمتغير العشوائي $u_i$ ، ونكتب:

$$\begin{aligned}\text{cov}\,(u_i, X_i) &= E[u_i - E(u_i)][X_i - E(X_i)] \\ &= E[u_i(X_i - E(X_i))] \quad \text{since } E(u_i) = 0 \\ &= E(u_i X_i) - E(X_i)E(u_i) \quad \text{since } E(X_i) \text{ is nonstochastic} \\ &= E(u_i X_i) \quad \text{since } E(u_i) = 0 \\ &= 0 \quad \text{by assumption}\end{aligned}$$

- الفرضية 07: عدد المشاهدات المعاينة $n$ يجب أن يكون أكبر من عدد المعلمات المقدرة في النموذج، وبصيغة أخرى يجب أن يكون عدد المشاهدات $n$ أكبر من عدد المتغيرات التفسيرية في النموذج ونكتب: $n > k$.
- الفرضية 08: التغيير في قيم المتغير التفسيري $X$. عند المعاينة لعينة معينة يجب أن لا تكون قيم المتغير التفسيري $X$ ثابتة عند قيمة واحدة. ونكتب: $var(X) = t$ ، حيث $t$ عدد موجب منته.
- الفرضية 09: التعيين الصحيح لصياغة نموذج الانحدار، يجب أن يأخذ النموذج الصياغة الرياضية السليمة بين المتغير التابع والمتغير المستقل.
- الفرضية 10: عدم وجود ارتباط خطي متعدد، أي لا توجد علاقة خطية تامة بين المتغيرات التفسيرية في النموذج (في نموذج الانحدار المتعدد).

**2) رياضيا واحصائيا صلاحية، وعدم صلاحية طريقة OLS لتقدير معلمات انحدار بيانات ما:**

- **رياضيا**: نعني **بصلاحية** طريقة OLS لتقدير معلمات انحدار بيانات ما أن دالة مجموع مربعات البواقي دالة ذات نهاية محلية دنيا وحيدة في معلمات نموذج الانحدار، وعند هذه النهاية يوجد حل وحيد لكل معلمة. أما **عدم صلاحية** طريقة OLS لتقدير معلمات انحدار بيانات ما يعني أن دالة مجموع مربعات البواقي دالة لها أكثر من نهاية محلية وحيدة في معلمات نموذج الانحدار، وبتعدد هذه النهاية يصبح بدينا أكثر حل وحيد لكل معلمة في نفس البيانات. **1.5ن**
- **إحصائيا**: نعني **بصلاحية** طريقة OLS لتقدير معلمات انحدار بيانات ما أن فروض نموذج الانحدار الخطي الكلاسيكي (فروض **OLS**) لقوس-ماركوف لمرحلة التقدير محققة، أما **عدم صلاحية** طريقة OLS لتقدير معلمات انحدار بيانات ما يعني أن فروض نموذج الانحدار الخطي الكلاسيكي (فروض **OLS**) لقوس-ماركوف لمرحلة التقدير غير محققة. **1ن**

**3) الفرضية الإضافية الضرورية لمرحلة اختبار فروض مقدرات OLS هي:** أن تتوزع حدود بواقي النموذج توزيعا طبيعيا. **1ن**

- **وفي ظل هذه الفرضية التوزيعات المناسبة:**
  - لاختبار المعنوية الفردية للمعلمات الانحدارية هو: توزيع ستيودنت T. **0.5ن**
  - المعنوية الاجمالية الآنية للمعلمات الانحدارية هو: توزيع فيشر F. **0.5ن**
  - تباين الانحدار هو: توزيع كا تربيع $\chi^2$. **0.5ن**

## الاطار الكمي - التجريبي للقياس الاقتصادي ....(10ن)

**1- في ظل فرضية خطية النموذج في معلماته ومتغيراته، تكون صيغة نموذج دالة الاستهلاك القياسية في العينة وفق منطق كينزكما يلي: 0.5ن**

$$Y_i = \hat{B}_1 + \hat{B}_2 X_i + \hat{U}_i$$

**حيث:**

$Y_i$: تمثل الإنفاق الاستهلاكي الحقيقي (المتغير التابع).
$B_1$: تمثل الاستهلاك المستقل (المعلمة القاطعة).
$X_i$: تمثل الدخل المتاح الحقيقي والمحدد مسبقا (المتغير المستقل).
$B_2$: تمثل الميل الحدي للاستهلاك (المعلمة الانحدارية).
$U_i$: يمثل حد الخطاء العشوائي.

**2- تقدر معلمات هذا النموذج بناءا على بيانات العينة ، وصياغة دالة العينة العشوائية: 1.5ن**

$$\hat{B}_2 = \frac{\sum x_i y_i}{\sum x_i^2} = \frac{19010}{33000} = 0.576$$
$$\hat{B}_1 = \bar{Y} - \hat{B}_2 \bar{X} = 115.1 - 0.576(170) = 17.17$$
$$Y_i = 17.17 + 0.576X_i + \hat{U}_i \Rightarrow \hat{Y}_i = 17.17 + 0.576X_i$$

**3- تباين دالة الانحدار والمعلمات المقدرة، واستنتج الأخطاء المعيارية الموافقة لها: 1.5ن**

$$\sum u_i^2 = \sum y_i^2 - B_2 \sum x_i y_i = 12012.9 - 0.576(19010) = 1063.14$$
$$\hat{\sigma} = \sqrt{\frac{\sum \hat{u}_i^2}{n-2}} = \sqrt{\frac{1063.14}{10-2}} = 11.528 \Rightarrow \hat{\sigma}^2 = 11.528^2 = 132.892$$
$$var(\hat{B}_2) = \frac{\hat{\sigma}^2}{\sum x_i^2} = \frac{132.733}{33000} = 0.0040 \Rightarrow se(\hat{B}_2) = \sqrt{0.0040} = 0.0634$$
$$var(\hat{B}_1) = \frac{\hat{\sigma}^2 \sum X_i^2}{n \sum x_i^2} = \frac{132.892 \times 322000}{10 \times 33000} = 129.67 \Rightarrow se(\hat{B}_1) = \sqrt{129.67} = 11.387$$

**4- بالاعتماد على القيم الحرجة الجدولية لتوزيع t عند مستوئ معنوية 5%: $\pm 2.306$**

- فترة الثقة لكل لكل معلمة حقيقية: **1ن**

- **المعلمة $B_2$:**

$$Pr\left[\hat{B}_2 + t_{\alpha/2}\left(se(\hat{B}_2)\right) \geq B_2 \geq \hat{B}_2 - t_{\alpha/2}\left(se(\hat{B}_2)\right)\right] = 1 - \alpha$$
$$\Rightarrow Pr[0.576 + 2.306(0.0634) \geq B_2 \geq 0.576 + 2.306(0.0634)] = 0.95$$
$$\Rightarrow Pr[0.722 \geq B_2 \geq 0.429] = 0.95$$
$$B_2 = 0.576 \pm 0.1462$$

- **المعلمة $B_1$:**

$$Pr\left[\hat{B}_1 + t_{\alpha/2}\left(se(\hat{B}_1)\right) \geq B_1 \geq \hat{B}_1 - t_{\alpha/2}\left(se(\hat{B}_1)\right)\right] = 1 - \alpha$$
$$\Rightarrow Pr[17.17 + 2.306(11.387) \geq B_1 \geq 17.17 + 2.306(11.387)] = 0.95$$
$$\Rightarrow Pr[43.41 \geq B_1 \geq -9.074] = 0.95$$
$$B_1 = 17.17 \pm 26.244$$

- اختبار معنوية المعلمات المقدرة فرديا: **1ن**

- **المعلمة $B_2$: $(H_0: B_2 = 0, H_1: B_2 \neq 0)$**

$$Pr[0.722 \geq B_2 \geq 0.429] = 0.95$$
$$B_2 = 0.576 \pm 0.1462$$

**بالاعتماد على حدود فترة الثقة 95% لهذه المعلمة نلاحظ ان كلا الطرفين موجب مما يعني انها لا تحوي القيمة 0، وعليه نرفض فرض العدم المصرح بصفرية هذه المعلمة. ونقول ان المعلمة الحقيقية $B_2$ لا تساوي 0 احصائيا، وقيمة مقدرها 0.576 له معنوية احصائية عند مستوى 5%.**

- **المعلمة $B_1$: $(H_0: B_1 = 0, H_1: B_1 \neq 0)$**

$$Pr[43.41 \geq B_1 \geq -9.074] = 0.95$$
$$B_1 = 17.17 \pm 26.244$$

**بالاعتماد على حدود فترة الثقة 95% لهذه المعلمة نلاحظ ان أحد الطرفين موجب والآخر سالب مما يعني انها تحوي القيمة الصفر، وعليه لا يمكننا رفض فرض العدم المصرح بصفرية هذه المعلمة. ونقول ان المعلمة الحقيقية $B_1$ لا تساوي 0 احصائيا، وقيمة مقدرها 17.17 ليس له معنوية احصائية عند مستوى 5%.**

**5- جدول تحليل تباين هذا النموذج، ثم اختبر المعنوية الآتية للمعلمات الانحدارية: 2ن**

| S-O-V | SS | DF | MSS | F STATISTIC |
|---|---|---|---|---|
| ESS | $\sum \hat{Y}_i^2 = \hat{B}_2^2 \sum x_i^2 = (0.576)^2 \times 33000 = 10948.608$ | K-1=2-1 =1 | $\frac{SS}{DF} = 10948.608$ | F=$\frac{MSS\ OF\ ESS}{MSS\ OF\ RSS}$ = $\frac{10948.608}{132.892}$ =82.38 |
| RSS | $\sum \hat{U}_i^2 = 1063.14$ | N-K=10-2 =8 | $\frac{SS}{DF} = \hat{\sigma}^2 = 132.892$ | |
| TSS | $\sum Y_i^2 = 12012.9$ | N-1=10-1 =9 | / | |

- **نلاحظ من خلال جدول ANOVA أن إحصائية F المحسوبة (82.38) أكبر من قيمتها الجدولية (5.32) وعليه يمكننا رفض فرض العدم ($H_0: B_2 = 0$)، أي أن المعلمة الانحدارية الوحيدة لها معنوية إحصائية.**

**6- حساب معامل التحديد وعلق على جودة توفيق النموذج: 0.5ن**

$$r^2 = \frac{ESS}{TSS} = \frac{\sum \hat{y}_i^2}{\sum y_i^2} = \frac{10948.7}{12012.9} = 0.9116 = 91.16\%$$

**يعني معامل التحديد قياسيا أن نسبة 91.16% من التغير الذي يحدث للمتغير التاع (الإنفاق الاستهلاكي) يفسره تغير المتغير المفسر (الدخل المتاح). والنسبة الباقية (100-91.16=8.84%) يفسره تغير المتغير العشوائي. وبما أن معامل التحديد قريب من 100% تعتبر جودة التوفيق قوية احصائيا.**

**7- تلخيص مخرجات تقدير، واختبار فروض هذا النموذج : 0.5ن**

| | | | |
|---|---|---|---|
| RM | $\hat{Y}_i = 17.17 + 0.576\ X_i$ | $r^2 = 91.16\%$ | $\hat{\sigma}^2 = 132.892$ |
| SE | (11.381) (0.0634) | F = 82.38 | $t_{0.025/8} = 2.306$ |
| T | (1.508) (9.085) | DF=9 | $F_{0.05} = 5.32$ |

**8- مدى تحقق فروض كينز في هذا المجتمع بناءا على مخرجات انحدار هذه العينة، وترجمة قيم المعلمات: 0.5ن**

- لقد بلغت قيمة المعلمة الانحدارية (الميل الحدي للاستهلاك) 0.576، وهو محصور بين 0 و1، مما يعني تحقق فرضية كينز بأن الميل الحدي للاستهلاك أكبر من 0 وأقل من 1. أما قيمة المعلمة الثابتة (الاستهلاك المستقل) بلغت 17.17، وعلى الرغم من أنها أكبر من 0 رياضيا إلا نها ليس لها معنوية إحصائية في هذه البيانات بالرغم من أنها بيانات الأجل القصير.

**9- التنبأ بفترة الثقة لكل من $(E(Y_i/X_i))$ و$(Y_i)$ عند $X_0 = 90$: 1ن**

**أ- مقدر التنبؤ بفترة ثقة متوسط القيمة (القيمة المتوقعة): $\widehat{E(Y_i/X_i)}$**

$$\widehat{E(Y_0/90)} = \hat{Y}_0 = 17.17 + 0.576(90) = 17.17 + 51.84 = 69.01$$

$$var\left(\hat{Y}_0 - E\left(\frac{Y_i}{X_i}\right)\right) = \hat{\sigma}^2\left[\frac{1}{n} + \frac{(X_0 - \bar{X})^2}{\sum x_i^2}\right] = 132.892\left[\frac{1}{10} + \frac{(90-170)^2}{33000}\right] = 39.112$$

$$\Rightarrow se(\hat{Y}_0) = \sqrt{39.112} = 6.25$$

$$\Rightarrow E(Y_0/90) = 69.01 \pm 2.306(6.25) = 69.01 \pm 14.412$$

**أ- مقدر التنبؤ بفترة ثقة القيمة العينية: $\hat{Y}_0$**

$$\hat{Y}_i = 17.17 + 0.576(90) = 17.17 + 51.84 = 69.01$$

$$var(\hat{Y}_0 - Y_0) = \hat{\sigma}^2\left[1 + \frac{1}{n} + \frac{(X_0 - \bar{X})^2}{\sum x_i^2}\right] = 132.892\left[1 + \frac{1}{10} + \frac{(90-170)^2}{33000}\right] = 172.148$$

$$\Rightarrow se(\hat{Y}_0) = \sqrt{172.148} = 13.12$$

$$\Rightarrow \hat{Y}_0 = 69.01 \pm 2.306(13.12) = 69.01 \pm 26.71$$

## انتهى نص الإجابة



Dr. Med MESSAOUDI